

Goniometrische verhoudingen



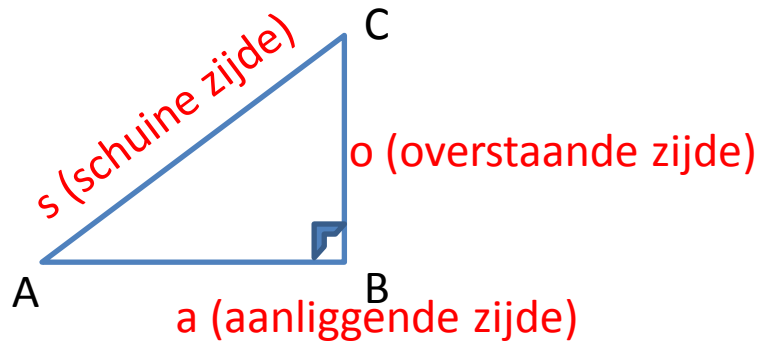
www.betales.nl

Goniometrische verhoudingen

Samenvatting 7.1 en 7.2

De onderstaande driehoek heeft een rechte hoek in punt B.

$\angle A$ kan berekend worden als 2 zijden gegeven zijn:



Er geldt:

$$\tan(\angle A) = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{aanliggende zijde}} = \frac{o}{a}$$

$$\sin(\angle A) = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{o}{s}$$

$$\cos(\angle A) = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{a}{s}$$

sos cas toa

toa

sos

cas

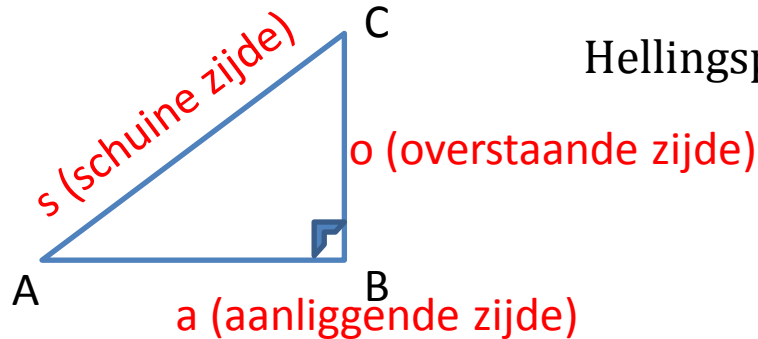
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.1 en 7.2

?

$$\text{Hellingsgetal} = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{o}{a} = \tan(\angle A)$$



$$\text{Hellingspercentage} = \text{Hellingsgetal} \cdot 100\%$$

$$= \frac{o}{a} \cdot 100\%$$

$$= \tan(\angle A) \cdot 100\%$$

Afronden:

Hoeken: 1 decimaal
Hellingsgetal: 3 decimalen
Hellingspercentage: 1 decimaal

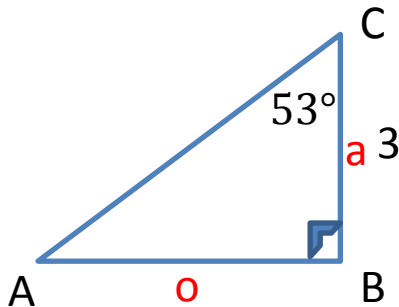
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Voorbeeld

Gegeven is de onderstaande driehoek ABC.

Bereken AB in 1 decimaal nauwkeurig.



1) Formule: $\tan(\angle C) = \frac{o}{a} = \frac{AB}{BC}$

2) Invullen: $\tan(53^\circ) = \frac{AB}{3}$

3) Berekening + antwoord: $AB = \tan(53^\circ) \cdot 3 \approx 4,0$

Gebruik: $\frac{\tan(53^\circ)}{1} = \frac{AB}{3} \rightarrow AB = \frac{\tan(53^\circ) \cdot 3}{1}$

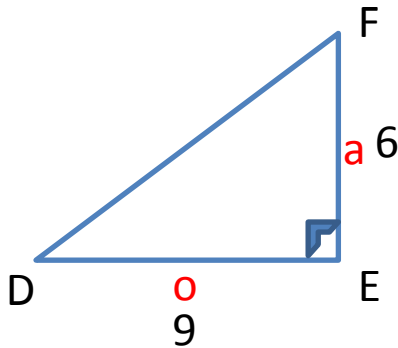
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Voorbeeld

Gegeven is de onderstaande driehoek.

Bereken $\angle F$.



1) Formule: $\tan(\angle F) = \frac{a}{a} = \frac{DE}{EF}$

2) Invullen: $\tan(\angle F) = \frac{9}{6}$

3) Berekening + antwoord: $\angle F \approx 56,3^\circ$

Gebruik op je rekenmachine "shift tan" voor $\tan^{-1}\left(\frac{9}{6}\right)$

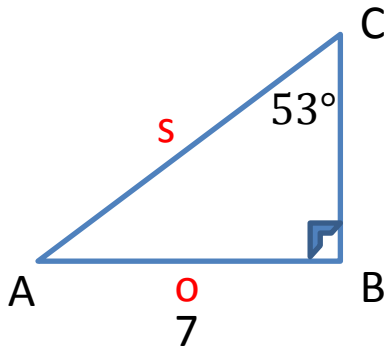
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Voorbeeld

Gegeven is de onderstaande driehoek ABC.

Bereken AC in 1 decimaal nauwkeurig.



1) Formule: $\sin(\angle C) = \frac{o}{s} = \frac{AB}{AC}$

2) Invullen: $\sin(53^\circ) = \frac{7}{AC}$

3) Berekening + antwoord: $AC = \frac{7}{\sin(53^\circ)} \approx 8,8$

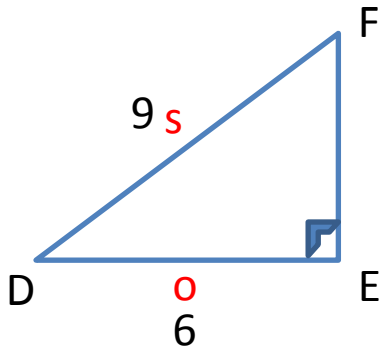
Gebruik: $\frac{\sin(53^\circ)}{1} = \frac{7}{AC} \rightarrow AC = \frac{7 \cdot 1}{\sin(53^\circ)}$

Goniometrische verhoudingen

Voorbeeld

Gegeven is de onderstaande driehoek.

Bereken $\angle F$.



1) Formule: $\sin(\angle F) = \frac{o}{s} = \frac{DE}{DF}$

2) Invullen: $\sin(\angle F) = \frac{6}{9}$

3) Berekening + antwoord: $\angle F \approx 41,8^\circ$

sos cas toa

Gebruik op je
rekenmachine
"shift sin" voor
 $\sin^{-1}\left(\frac{6}{9}\right)$

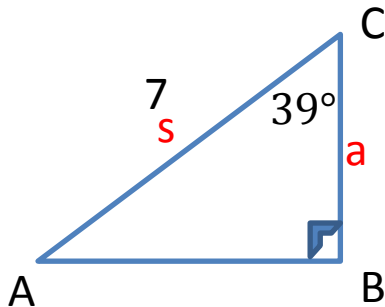
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Voorbeeld

Gegeven is de onderstaande driehoek ABC.

Bereken BC in 1 decimaal nauwkeurig.



1) Formule: $\cos(\angle C) = \frac{a}{s} = \frac{BC}{AC}$

2) Invullen: $\cos(39^\circ) = \frac{BC}{7}$

3) Berekening + antwoord: $BC = \cos(39^\circ) \cdot 7 \approx 5,4$

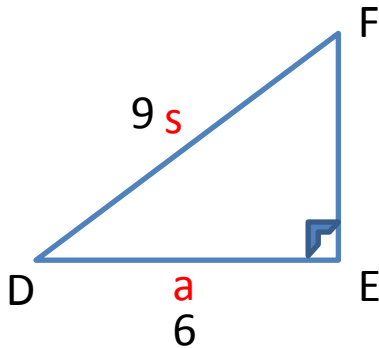
Gebruik: $\frac{\cos(39^\circ)}{1} = \frac{BC}{7} \rightarrow BC = \frac{7 \cdot \cos(39^\circ)}{1}$

Goniometrische verhoudingen

Voorbeeld

Gegeven is de onderstaande driehoek.

Bereken $\angle D$.



1) Formule: $\cos(\angle D) = \frac{a}{s} = \frac{DE}{DF}$

2) Invullen: $\cos(\angle D) = \frac{6}{9}$

3) Berekening + antwoord: $\angle D \approx 48,2^\circ$

sos cas toa

Gebruik op je
rekenmachine
"shift cos" voor
 $\cos^{-1}\left(\frac{6}{9}\right)$

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.2

Gegeven in $\triangle ABC$ met $AB=6,0\text{cm}$ en $AC=BC=10,0\text{cm}$.

Bereken $\angle A$ en $\angle C$.

Gelijkbenige driehoek

1) Schets

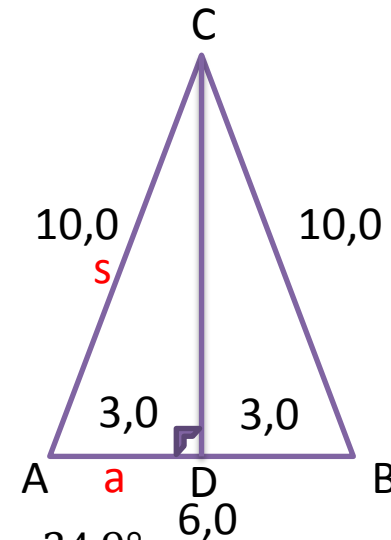
2) Teken loodlijn CD met D op AB .

3) Bereken $\angle A$: $\cos(\angle A) = \frac{a}{s} = \frac{AD}{AC}$

$$\cos(\angle A) = \frac{3,0}{10,0}$$

$$\angle A \approx 72,5^\circ$$

4) Beantwoord de vraag: $\angle C = 180^\circ - 2 \cdot 72,5 \dots^\circ \approx 34,9^\circ$



Reken met onafgerond getal!
(ans op rekenmachine)

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Opdracht 28)

Van ΔPQR met $PQ=PR=6,8$ en $QR=4,7$.

Bereken de hoeken van ΔPQR .

1) Schets

2) Teken loodlijn PS met S op QR .

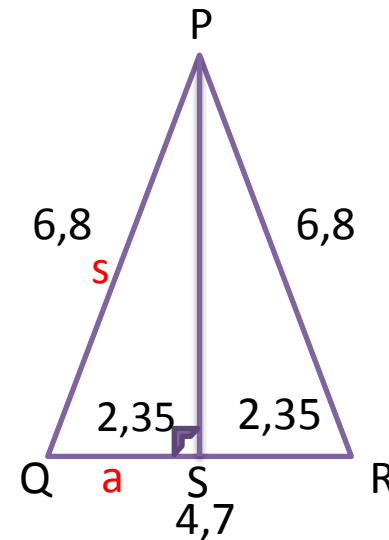
3) Bereken $\angle Q$: $\cos(\angle Q) = \frac{a}{s} = \frac{QS}{QP}$

$$\cos(\angle Q) = \frac{2,35}{6,8}$$

$$\angle Q \approx 69,8^\circ$$

4) Beantwoord de vraag: $\angle R = \angle Q \approx 69,8^\circ$

$$\angle P = 180^\circ - 2 \cdot 69,8 \dots^\circ \approx 40,4^\circ$$



Reken met onafgerond getal!
(ans op rekenmachine)

Goniometrische verhoudingen

Opdracht 29)

Van $\triangle ABC$ is $\angle B = 70^\circ$ en $AB=BC=6$.

Bereken AC in 2 decimalen nauwkeurig.

1) Schets

2) Teken loodlijn PD met D op AC.

3) Bereken AD : $\sin(\angle ABD) = \frac{o}{s} = \frac{AD}{AB}$

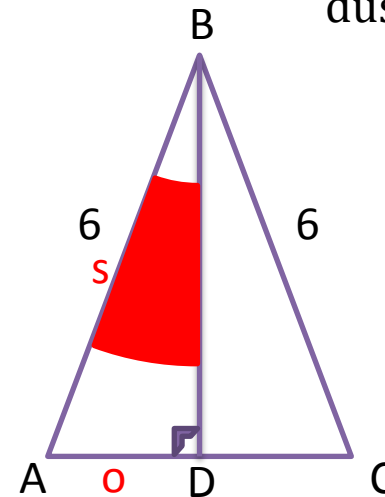
$$\sin(35^\circ) = \frac{AD}{6}$$

$$AD = 6 \cdot \sin(35^\circ) \approx 3,44 \dots$$

4) Beantwoord de vraag: $AC = 2 \cdot AD = 2 \cdot 3,44 \dots \approx 6,88$

sos cas toa

$\angle B = 70^\circ$,
dus $\angle ABD = 35^\circ$



Reken met onafgerond getal!
(ans op rekenmachine)

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.3

Werkschema

1. Schets probleem en geef de rechte hoek aan
2. Los het probleem op
 - (Hoek berekenen met hellingspercentage)
 - Formule
 - Invullen
 - Antwoord + berekening
3. Geef antwoord op de vraag

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Voorbeeld

Meneer Smit fiets een berg op met een hellingspercentage van 23%. Aan de voet van de berg, stond hij op 273meter boven zeeniveau. Zodra hij uitgeput boven komt, ziet hij dat hij 400meter heeft afgelegd op zijn kilometerteller. Hoeveel meter boven zeeniveau staat meneer Smit nu?

1) Schets

2) Het hellingspercentage is 23% dus:

$$\tan(\angle EDC) = 0,23$$

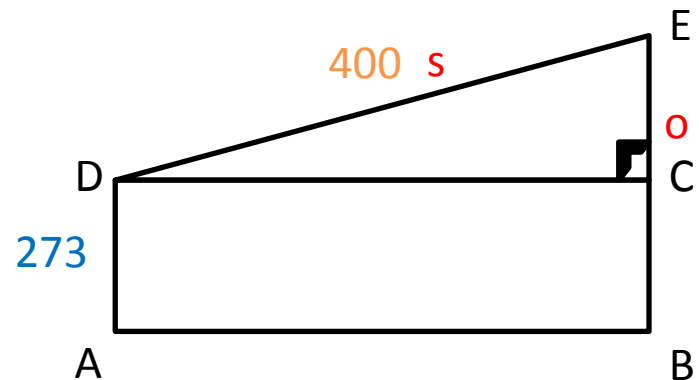
$$\angle EDC \approx 12,95 \dots^\circ$$

$$\sin(\angle EDC) = \frac{o}{s} = \frac{EC}{DE}$$

$$\sin(12,95 \dots^\circ) = \frac{EC}{400}$$

$$EC = \sin(12,95 \dots^\circ) \cdot 400 \approx 89,7$$

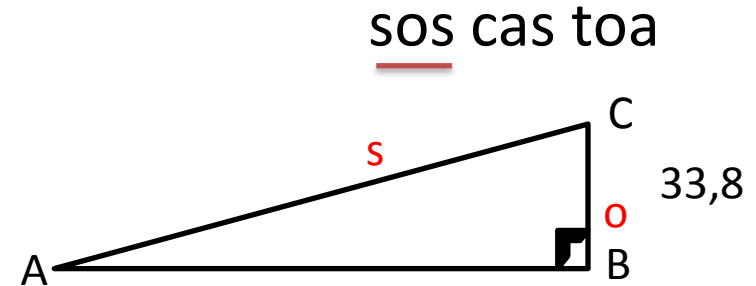
3) Hoogte = BC + CE = 273 + 89,7 \approx 363m



Goniometrische verhoudingen

Opdracht 40)

1) Schets



2) Het hellingspercentage is 66,2% dus:

$$\tan(\angle A) = 0,662$$

$$\angle A \approx 33,5 \dots^\circ$$

$$\sin(\angle A) = \frac{o}{s} = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin(33,5 \dots^\circ) = \frac{33,8}{AC}$$

$$AC = \frac{33,8}{\sin(33,5 \dots^\circ)} \approx 61,2 \dots \text{ m}$$

3) Snelheid = $\frac{\text{afstand}}{\text{tijd}} = \frac{61,2/1000}{58/3600} \approx 3,8 \text{ km/h}$

1m = 1/1000km
1s = 1/3600 uur

Goniometrische verhoudingen

Opdracht 41)

1) Schets

2) Het hellingspercentage is 14% dus:

$$\tan(\angle C) = 0,14$$

$$\angle C \approx 7,9 \dots^\circ$$

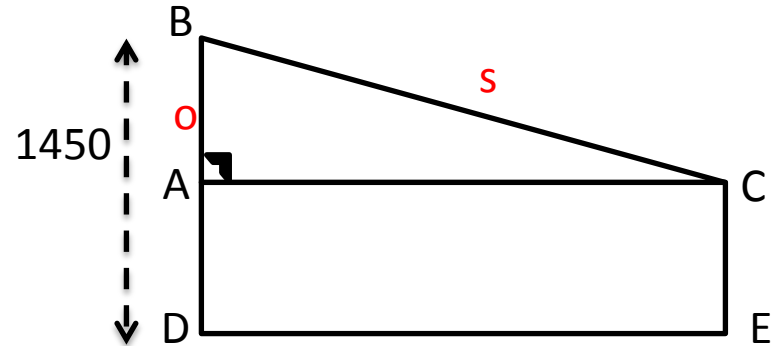
$$\sin(\angle C) = \frac{o}{s} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin(7,9 \dots^\circ) = \frac{AB}{4000}$$

$$AB = \sin(7,9 \dots^\circ) \cdot 4000 \approx 554,6\text{m}$$

3) Hoogte = $BD - AB = 1450 - 554,6 \approx 895\text{m}$

sos cas toa



Snelheid in km/h,
Dan tijd ook in h!

$$BC = \text{snelheid} \cdot \text{tijd}$$

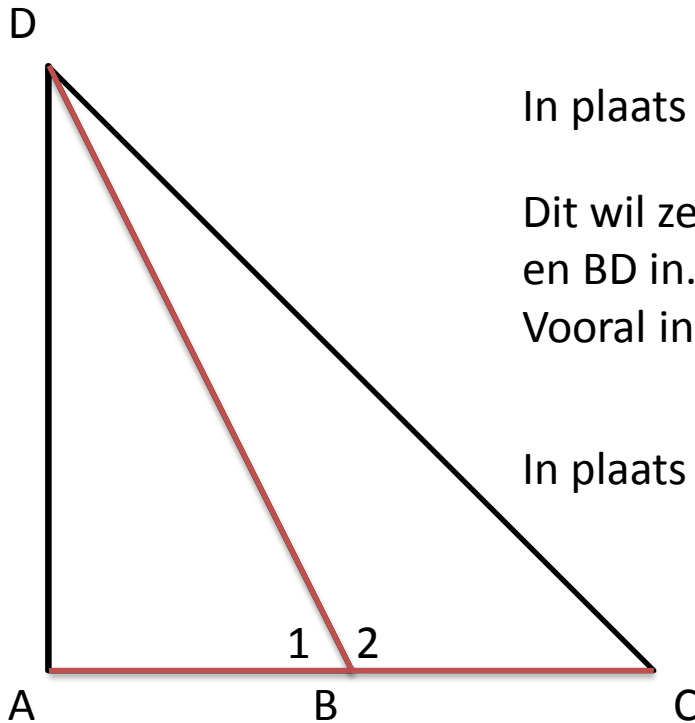
$$BC = 48 \cdot \frac{5}{60} = 4\text{km}$$

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.4

In het onderstaande figuur zijn hoeken $\angle B_1$ en $\angle B_2$ te zien.



In plaats van $\angle B_1$, kun je ook zeggen $\angle ABD$.

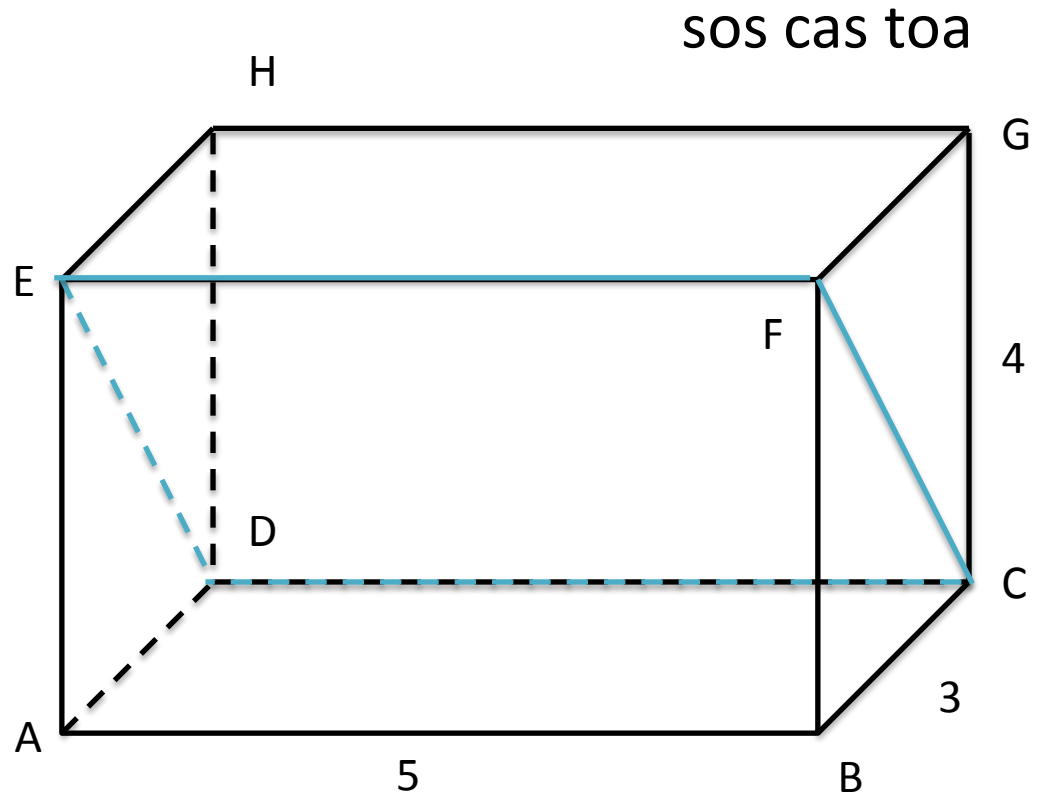
Dit wil zeggen dat je de hoek pakt tussen lijnstuk AB en BD in. Het gaat dus steeds om de **middelste** letter. Vooral in ruimtefiguren wordt dit erg vaak gebruikt.

In plaats van $\angle B_2$, kun je dus ook zeggen $\angle DBC$.

Goniometrische verhoudingen

Samenvatting 7.4

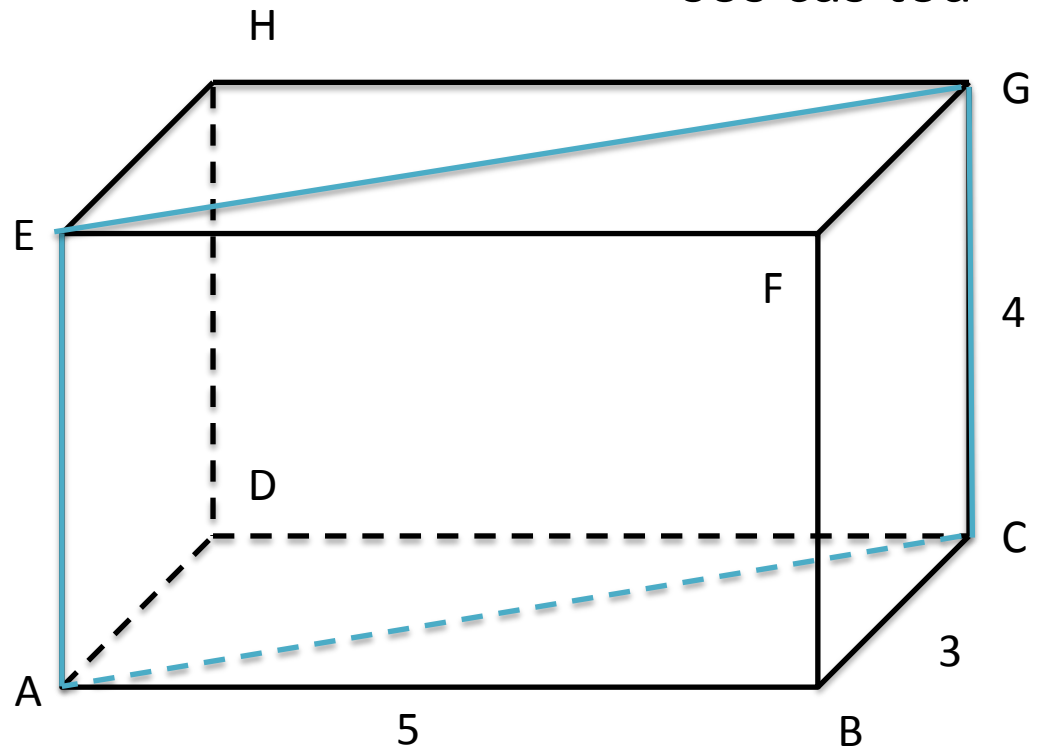
In een balk is elk zijvlak en elk diagonaalvlak een rechthoek.



Goniometrische verhoudingen

Samenvatting 7.4

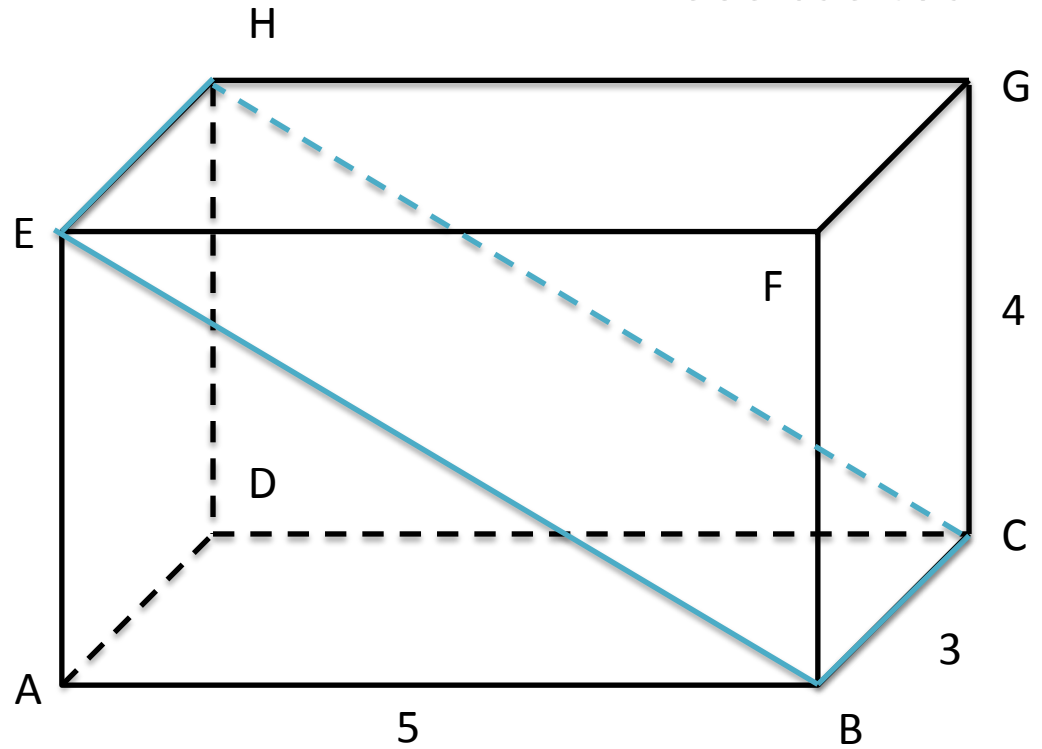
sos cas toa



Goniometrische verhoudingen

Samenvatting 7.4

sos cas toa



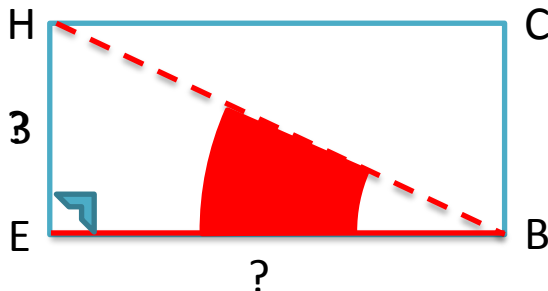
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

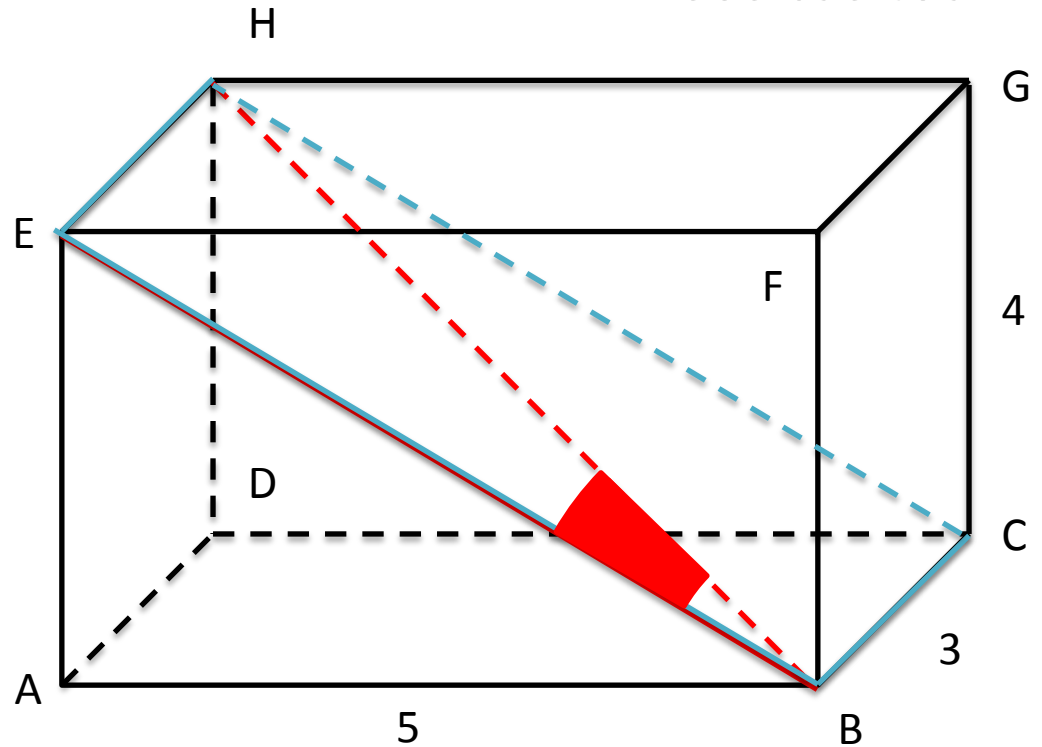
Samenvatting 7.4

Bereken $\angle EBH$

1) Schets diagonaalvlak
waarin $\angle EBH$ ligt.



2) Bereken eerst lijnstuk EB.



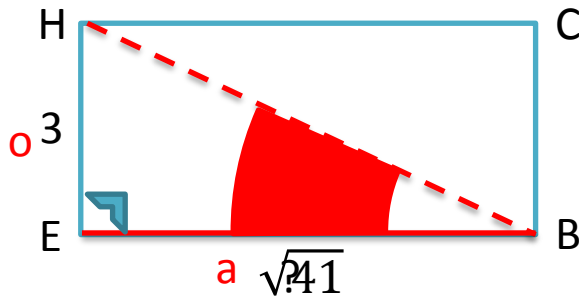
Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.4

Bereken $\angle EBH$

- 1) Schets diagonaalvlak waarin $\angle EBH$ ligt.



- 2) Bereken eerst lijnstuk EB.

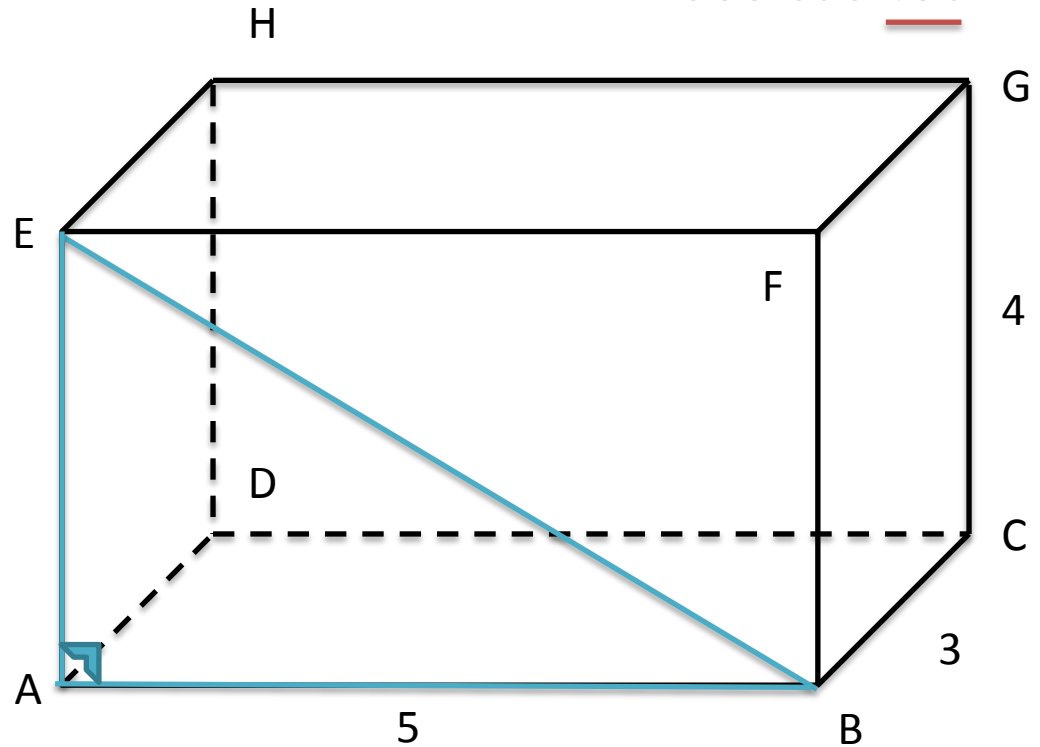
Met Pythagoras in $\triangle ABE$:

$$BE^2 = AB^2 + AE^2$$

$$BE^2 = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41 \rightarrow BE = \sqrt{41}$$

- 3) Bereken $\angle EBH$ met goniometrie.

$$\tan(\angle EBH) = \frac{o}{a} = \frac{EH}{EB} = \frac{3}{\sqrt{41}} \rightarrow \angle EBH = 25,1^\circ$$

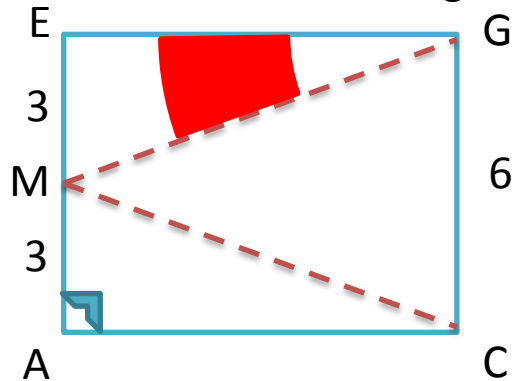


Goniometrische verhoudingen

Opdracht 47a)

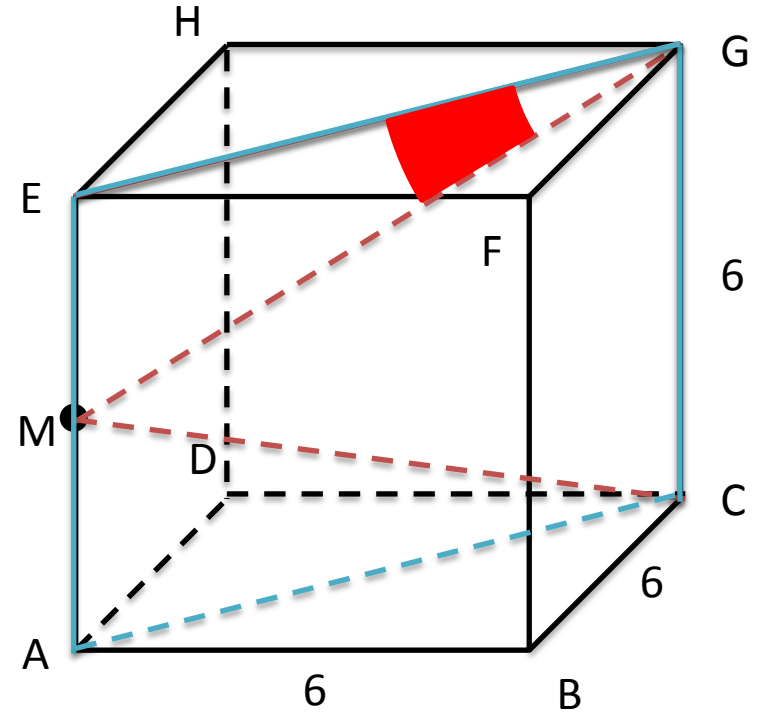
Bereken $\angle EGM$

- 1) Schets diagonaalvlak waarin $\angle EGM$ ligt.



- 2) Bereken eerst lijnstuk EG.

sos cas toa

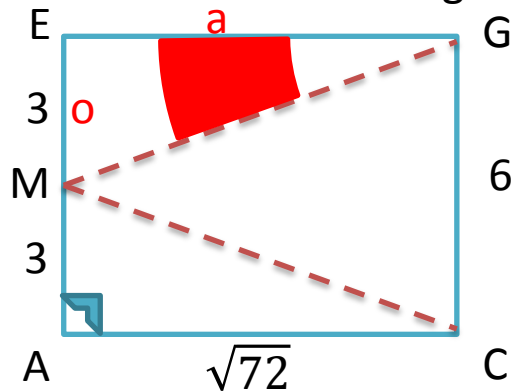


Goniometrische verhoudingen

Opdracht 47a)

Bereken $\angle EGM$

- 1) Schets diagonaalvlak waarin $\angle EGM$ ligt.



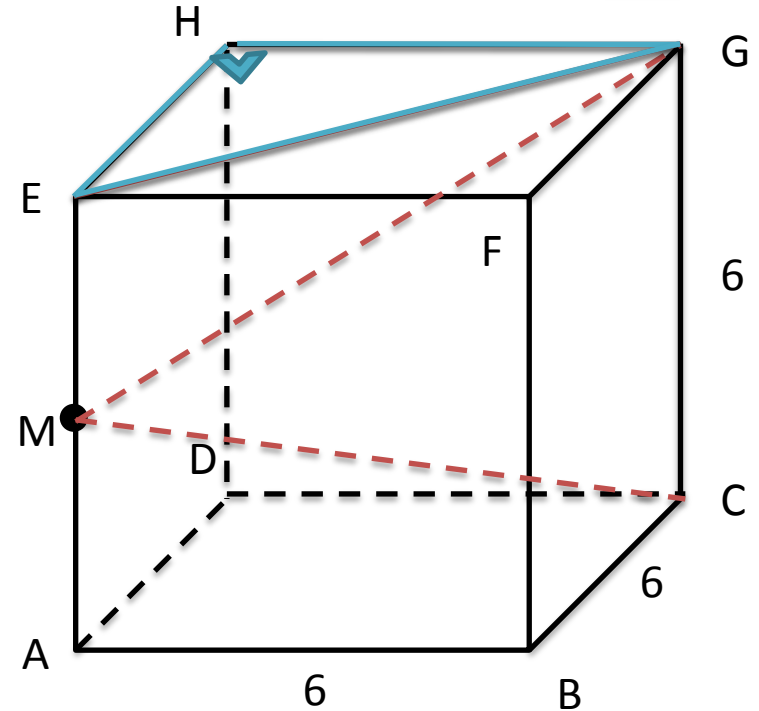
- 2) Bereken eerst lijnstuk EG.

$$EG^2 = EH^2 + HG^2 = 6^2 + 6^2 = 36 + 36 = 72 \rightarrow EG = \sqrt{72}$$

- 3) Bereken $\angle EGM$ met goniometrie.

$$\tan(\angle EGM) = \frac{o}{a} = \frac{EM}{EG} = \frac{3}{\sqrt{72}} \rightarrow \angle EGM \approx 19,5^\circ$$

sos cas toa

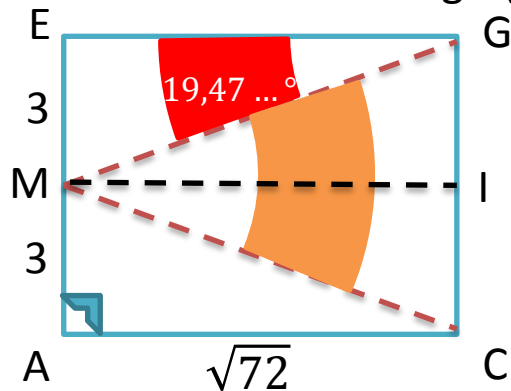


Goniometrische verhoudingen

Opdracht 47b)

Bereken $\angle CMG$

- 1) Schets diagonaalvlak
waarin $\angle CMG$ ligt. (zelfde als vraag a!)

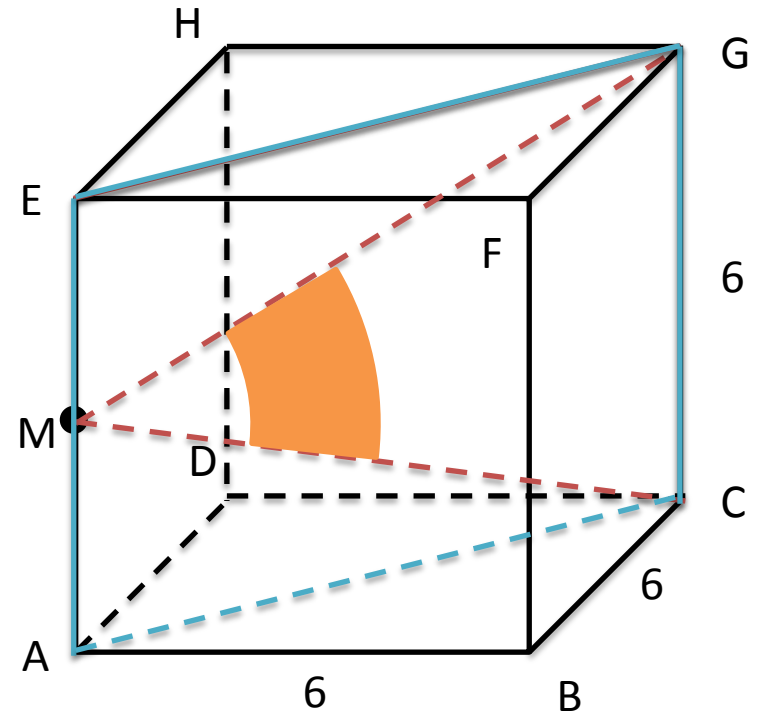


- 2) Teken hulplijn MI loodrecht op GC
- 3) Bereken $\angle GMI$ met gelijkvormigheid.

$$\angle GMI = \angle EGM \text{ (Z-hoek)}$$

$$\angle CMG = 2 \cdot \angle GMI = 2 \cdot 19,47 \dots^\circ \approx 38,9^\circ$$

sos cas toa

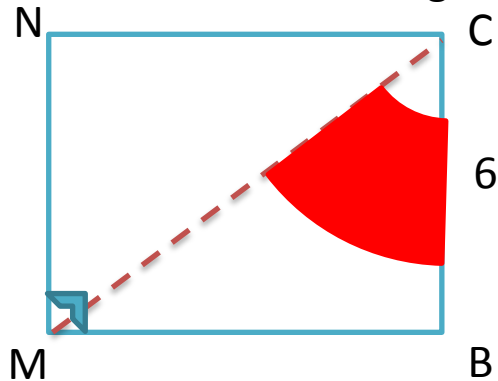


Goniometrische verhoudingen

Opdracht 47c)

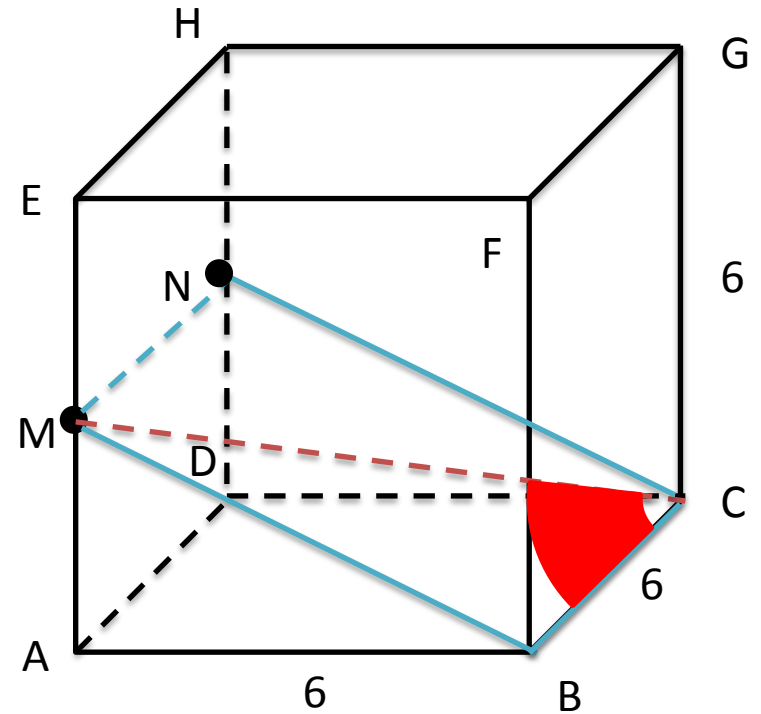
Bereken $\angle MCB$

- 1) Schets diagonaalvlak
waarin $\angle MCB$ ligt.



- 2) Bereken eerst lijnstuk BM.

sos cas toa

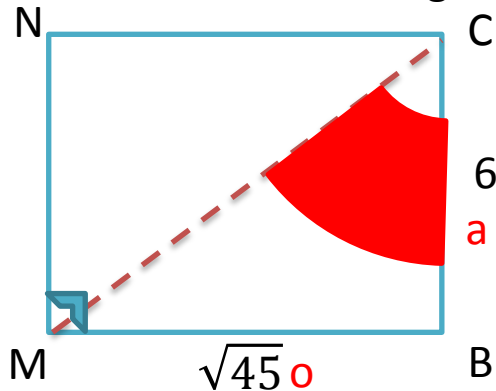


Goniometrische verhoudingen

Opdracht 47c)

Bereken $\angle MCB$

- 1) Schets diagonaalvlak waarin $\angle MCB$ ligt.



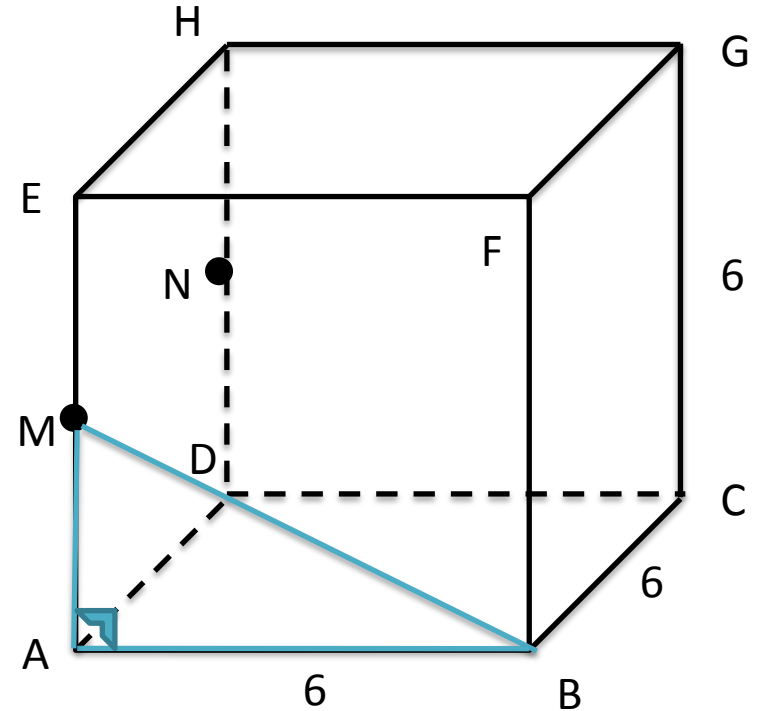
- 2) Bereken eerst lijnstuk BM.

$$BM^2 = AM^2 + AB^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45 \rightarrow BM = \sqrt{45}$$

- 3) Bereken $\angle MCB$ met goniometrie.

$$\tan(\angle MCB) = \frac{o}{a} = \frac{MB}{BC} = \frac{\sqrt{45}}{6} \rightarrow \angle MCB \approx 48,2^\circ$$

sos cas toa

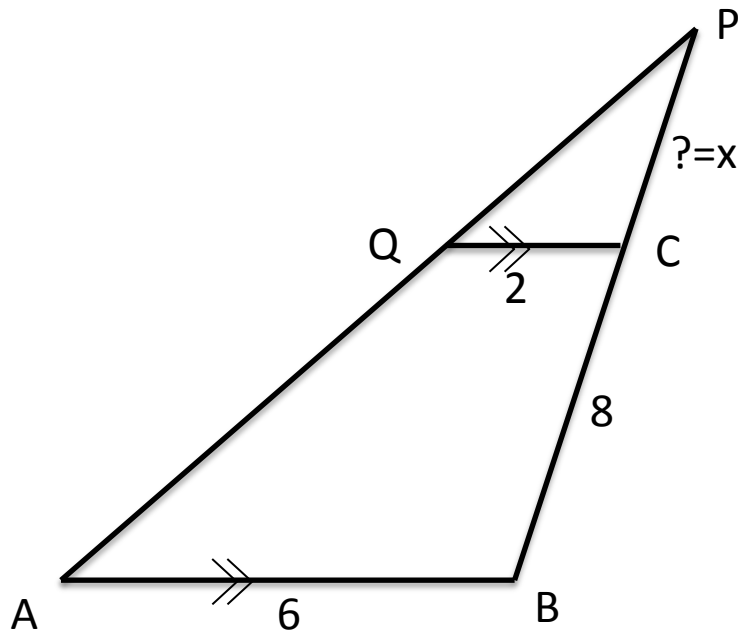


Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.5

Bereken PC in de onderstaande figuur



Snavelfiguur

$$\angle P = \angle P \quad \angle B = \angle C \text{ (F-hoek)}$$

$\triangle ABP$ is gelijkvormig met $\triangle QCP$

Verhoudingstabel:

$\triangle ABP$	AB	BP	AP
$\triangle QCP$	QC	CP	QP

$\triangle ABP$	6	8+x	AP
$\triangle QCP$	2	x	CP

$$(8 + x) \cdot 2 = 6 \cdot x$$

$$16 + 2x = 6x$$

$$-4x = -16$$

$$x = 4$$

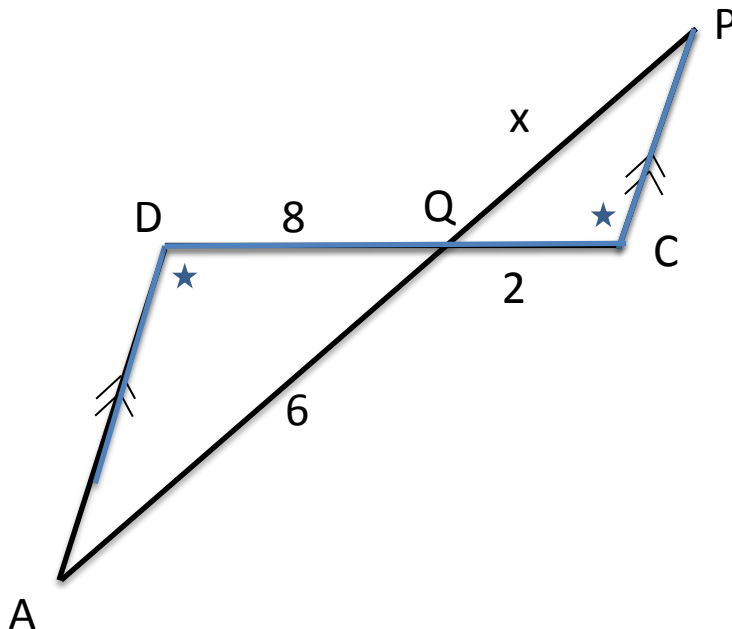
$$PC = 4$$

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Samenvatting 7.5

Bereken PQ in de onderstaande figuur



Zandloperfiguur

$$\angle A = \angle P \quad \angle D = \angle C \text{ (Z - hoek)}$$

$\triangle ADQ$ is gelijkvormig met $\triangle PCQ$

Verhoudingstabel:

$\triangle ADQ$	AD	DQ	AQ
$\triangle PCQ$	PC	CQ	PQ
$\triangle ADQ$	AD	8	6
$\triangle PCQ$	PC	2	x

$$x = \frac{6 \cdot 2}{8}$$

$$x = 1,5$$

$$PQ = 1,5$$

Goniometrische verhoudingen

sos cas toa

Bronvermelding

Opdrachten met nummers zijn gemaakt naar het boek “Getal en Ruimte 3HAVO, eerste druk 2010”, ISBN 978-90-11-10640-6

Goniometrische verhoudingen

Einde



Smit
èta
bijles

www.betales.nl