

βètales
www.betales.nl

Kansrekening

Formule van Laplace

$$P(G) = \frac{\text{aantal gunstige uitkomsten}}{\text{aantal mogelijke uitkomsten}}$$

Met:

P de kans (probability)

G de gebeurtenis waarop de kans van invloed is.

Leesregels bij kansen

En: vermenigvuldigen

Of: optellen

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

Binomiaal

Zonder teruglegging

Permutatie

Combinatie

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

	Volgorde belangrijk	Volgorde niet belangrijk
Met teruglegging	<p>Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet. Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.</p>	<p>Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet. Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.</p>
		Binomiaal
Zonder teruglegging	<p>Permutatie</p> <p>$P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) =$ $P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) =$ $P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) =$ $P(\dots) = \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003$</p>	<p>Combinatie</p>

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

	Volgorde belangrijk	Volgorde niet belangrijk
Met teruglegging	<p>Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet. Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.</p>	<p>Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet. Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.</p>
<p>De kans verandert niet. Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.</p>		Binomiaal
Zonder teruglegging	Permutatie $P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) =$ $P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) =$ $P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) =$ $P(\dots) = \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003$	Combinatie $P(2g, 1a, 3b) = P(ggabb \text{ of } ggbabb \text{ of } \dots) =$
<p>De kans verandert. Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.</p>		

g	g	a	b	b	b
g	g	b	a	b	b
g	g	b	b	a	b
g	g	b	b	b	a

a	g	g	b	b	b
a	g	b	g	b	b
a	g	b	b	g	b
a	g	b	b	b	g

b	b	b	a	g	g
b	b	b	g	a	g
b	b	b	g	g	a
b	b	a	b	g	g

b	a	b	b	g	g
b	a	b	g	b	g
b	a	b	g	g	b
b	a	g	b	b	g

g	b	a	g	b	b
g	b	a	b	g	b
g	b	a	b	b	g
g	b	b	a	g	b

a	b	g	g	b	b
a	b	g	b	g	b
a	b	g	b	b	g
a	b	b	g	g	b

b	b	a	g	b	g
b	b	a	g	g	b
b	b	g	a	b	g
b	b	g	a	g	b

b	a	g	b	g	b
b	a	g	g	b	b

g	b	b	a	b	g
g	b	b	g	b	a
g	b	b	g	a	b
g	b	b	b	a	g

a	b	b	g	b	g
a	b	b	b	g	g

b	b	g	a	b	g
b	b	g	b	a	g
b	b	g	b	g	a
b	b	g	g	b	a

b	g	a	b	b	g
b	g	a	b	g	b
b	g	a	g	b	b
b	g	b	a	b	g

g	b	g	a	b	b
g	b	g	b	a	b
g	b	g	b	b	a

g	a	g	b	b	b
g	a	b	g	b	b
g	a	b	b	g	b
g	a	b	b	b	g

b	b	g	g	a	b
---	---	---	---	---	---

b	g	b	a	g	b
b	g	b	b	a	g
b	g	b	b	g	a
b	g	b	g	a	b

60 manieren

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

Binomiaal

Zonder teruglegging

De kans verandert.
Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.

Permutatie

$$\begin{aligned} P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) &= \\ P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) &= \\ P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) &= \\ P(\dots) &= \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003 \end{aligned}$$

Combinatie

$$\begin{aligned} P(2g, 1a, 3b) &= P(ggabb) \cdot 60 \\ &= P(ggabb) \cdot \binom{6}{2} \end{aligned}$$

6 hokjes vrij, 2 identiek

--	--	--	--	--	--

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

Binomiaal

Zonder teruglegging

De kans verandert.
Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.

Permutatie

$$\begin{aligned} P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) &= \\ P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) &= \\ P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) &= \\ P(\dots) &= \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003 \end{aligned}$$

Combinatie

$$\begin{aligned} P(2g, 1a, 3b) &= P(ggabb) \cdot 60 \\ &= P(ggabb) \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \end{aligned}$$

4 hokjes vrij, 3 identiek

g	g				
---	---	--	--	--	--

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

Binomiaal

Zonder teruglegging

De kans verandert.
Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.

Permutatie

$$\begin{aligned} P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) &= \\ P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) &= \\ P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) &= \\ P(\dots) &= \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003 \end{aligned}$$

Combinatie

$$\begin{aligned} P(2g, 1a, 3b) &= P(ggabb) \cdot 60 \\ &= P(ggabb) \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{1}{1} \end{aligned}$$

1 hokjes vrij, 1 identiek

g	g	b	b	b	
---	---	---	---	---	--

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

Binomiaal

Zonder teruglegging

De kans verandert.
Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.

Permutatie

$$\begin{aligned} P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) &= \\ P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) &= \\ P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) &= \\ P(\dots) &= \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003 \end{aligned}$$

Combinatie

$$\begin{aligned} P(2g, 1a, 3b) &= P(ggabb) \cdot 60 \\ &= P(ggabb) \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{1}{1} \\ &= P(ggabb) \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{2} \end{aligned}$$

4 hokjes vrij, 3 identiek

g	g	b	b	b	a
---	---	---	---	---	---

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

Binomiaal

Zonder teruglegging

De kans verandert.
Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.

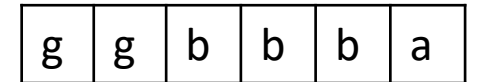
Permutatie

$$P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) = P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) = P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) = P(\dots) = \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003$$

$$P(\dots) = \frac{8nPr2 \cdot 6nPr1 \cdot 10nPr3}{24nPr6} \approx 0,003$$

Combinatie

4 hokjes vrij, 3 identiek



$$P(2g, 1a, 3b) = P(ggabb) \cdot 60 = P(ggabb) \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{1}{1} \approx 0,150$$

Vaasmodel

$$P(\dots) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{24}{6}} \approx 0,150$$

Rekenvoorbeeld

We hebben een krat met 8 Grolsch (g), 6 Alfa (a) en 10 Brand (b). We willen 2g, 1a, 3b.

Volgorde belangrijk

Piet, Jan is niet hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt uit, meestal gaat het over rolverdeling (eerste is voorzitter, tweede secretaris) of rangorde.

Volgorde niet belangrijk

Piet, Jan is hetzelfde als Jan, Piet.
Volgorde maakt niet uit, het gaat om de samenstelling van de groep.

Met teruglegging

De kans verandert niet.
Vb: Draaien van schijf, lootjes terugleggen nadat ze getrokken zijn.

$$P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) = P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) =$$

$$P(\dots) = \frac{8}{24} \cdot \frac{8}{24} \cdot \frac{6}{24} \cdot \frac{10}{24} \cdot \frac{10}{24} \cdot \frac{10}{24}$$

$$P(\dots) = \left(\frac{8}{24}\right)^2 \cdot \left(\frac{6}{24}\right)^1 \cdot \left(\frac{10}{24}\right)^3 \approx 0,002$$

Binomiaal

$$P(2g, 1a, 3b) = P(ggabbb) \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{1}{1}$$

$$P(2g, 1a, 3b) = \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{10}{3} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{3} \approx 0,121$$

Zonder teruglegging

De kans verandert.
Vb: trekken van lootjes waarbij ieder lot maximaal een keer getrokken wordt, maken van groepjes in een klas.

Permutatie

$$P(\text{eerst } 2g, \text{ dan } 1a \text{ en dan } 3b) = P(g \text{ en } g \text{ en } a \text{ en } b \text{ en } b \text{ en } b) =$$

$$P(g) \cdot P(g) \cdot P(a) \cdot P(b) \cdot P(b) \cdot P(b) =$$

$$P(\dots) = \frac{8}{24} \cdot \frac{7}{23} \cdot \frac{6}{22} \cdot \frac{10}{21} \cdot \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} \approx 0,003$$

$$P(\dots) = \frac{8nPr2 \cdot 6nPr1 \cdot 10nPr3}{24nPr6} \approx 0,003$$

Combinatie

4 hokjes vrij, 3 identiek

$$P(2g, 1a, 3b) = P(ggabbb) \cdot 60$$

$$= P(ggabbb) \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{1}{1} \approx 0,150$$

g	g	b	b	b	a
---	---	---	---	---	---

Vaasmodel

$$P(\dots) = \frac{\binom{8}{2} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{24}{6}} \approx 0,150$$