Wiskunde B

Examenoefeningen HAVO

A. Smit BSc

3/14/2017

βètales
www.betales.nl

Examenopdrachten op basis van oude examens van www.examenblad.nl. Ieder examen in deze bundel moet in 3h gemaakt kunnen worden, gelijk aan het aantal uur dat er op het echte centraal examen voor staat. Maak de opgaven op zoals je ze ook op het centraal examen zou maken: schrijf op wat je dan ook zou opschrijven. Uitwerkingen zijn niet bijgevoegd in dit bestand.

Inhoudsopgave

βètales
www.betales.nl

Systematische aanpak voor examens

Je krijgt bij de technische vakken punten voor iedere denkstap die je zet. Het is daarom erg belangrijk op de vraag goed te lezen. De vragen op examens zijn meestal in verhaalvorm, waardoor de vraag soms moeilijker te begrijpen is. Bij het oefenen van de examens in deze bundel, is het verstandig om voor jezelf de volgende dingen te doen:

1) Trek 3h aan een stuk uit, zonder mobiele telefoon, muziek, of andere afleidingen. Dit is dezelfde tijd als je hebt op je Centraal Examen (CE), zodat je je concentratie kunt oefenen.
2) Zorg dat je een horloge om hebt, potlood, pen en je (grafische) rekenmachine op examenstand. Schrijf altijd met pen, potlood alleen bij tekenen!
3) Werk het examen netjes uit. Noteer voor jezelf hoeveel punten je denkt te hebben gekregen van het totaal (wat voor de vraag staat).
4) Bij vragen waar je niet uitkomt of over twijfelt:
   - Markeer kernwoorden (top, maximum, extremen, raken)
   - Hoe moet je het antwoord berekenen? Algebraïsch of met de rekenmachine?
   - Is er voorafgaand een vraag gegeven met: Toon aan dat A=B geldt? Dan heb je deze formule meestal bij de volgende vraag nodig!
5) Controleer op het einde of je overal wel de vraag hebt beantwoord. Schrijf altijd een conclusie op!

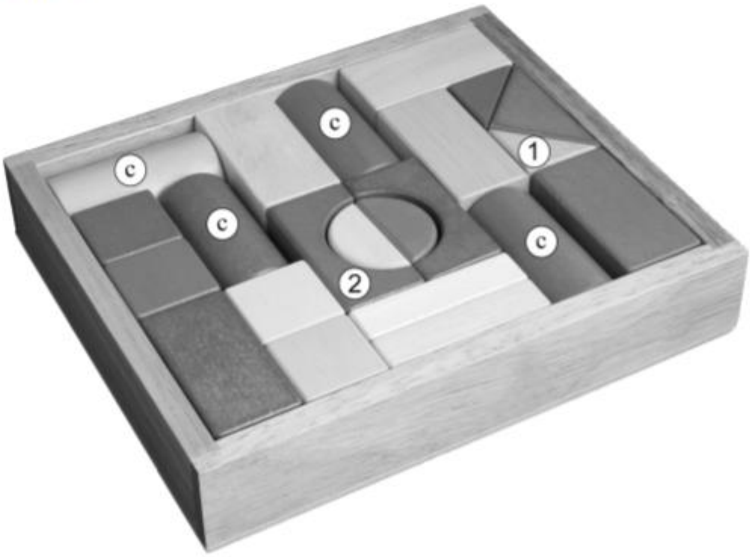
2016 - I

Blokkendoos

Op foto 1 zie je een blokkendoos gevuld met houten blokken. De blokkendoos bevat onder andere vier cilinders met een diameter van 5 cm en een hoogte van 10 cm. Deze vier cilinders zijn op foto 1 aangegeven met de letter c.

In deze opgave verwaarlozen we de ruimte tussen de blokken, en gaan we er dus van uit dat de blokken strak in de doos passen, en dat alle blokken precies tot de bovenrand van de doos reiken.

foto 1



Hoewel alle blokken strak tegen elkaar liggen, blijft er vanwege de vier cilinders toch nog ruimte in de doos over. De doos is dus niet geheel gevuld met het hout van de blokken.

De binnenafmetingen van deze doos zijn 30 bij 25 bij 5 cm.

4p **1** Bereken hoeveel procent van de doos gevuld is met het hout van de blokken. Rond je antwoord af op een geheel aantal procenten.

Op foto 1 zijn twee blokken genummerd. Deze blokken worden op elkaar gelegd. Zie foto 2.

foto 2

Het vooraanzicht van het bouwwerk op foto 2 is symmetrisch. Het bouwwerk bestaat uit:

- blok 1: een prisma met hoogte 5 cm en met als grondvlak een gelijkbenige rechthoekige driehoek met rechthoekszijden 5 cm;
- blok 2: een blok in de vorm van een brug met buitenafmetingen 5 bij 5 bij 10 cm.

3p **2** Teken op ware grootte het bovenaanzicht van dit bouwwerk. Licht je werkwijze toe.

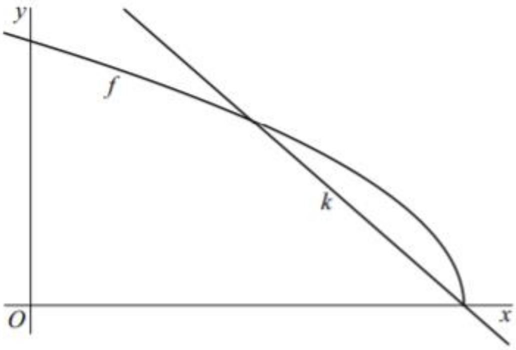
Blok 2, het blok in de vorm van een brug, is een balk van 5 bij 5 bij 10 cm met daaruit weggelaten de helft van een cilinder met diameter 7 cm en hoogte 5 cm.

5p **3** Bereken de totale oppervlakte van dit blok. Geef je antwoord in hele cm^2 nauwkeurig.

Een wortelfunctie

De functie f is gegeven door $f(x)=\sqrt{-3x+6}$. Lijn k heeft vergelijking $y=-\frac{7}{4}x+\frac{7}{2}$. In figuur 1 zie je de grafiek van f en lijn k.

figuur 1



Lijn k gaat door het gemeenschappelijk punt van de grafiek van f met de x-as.

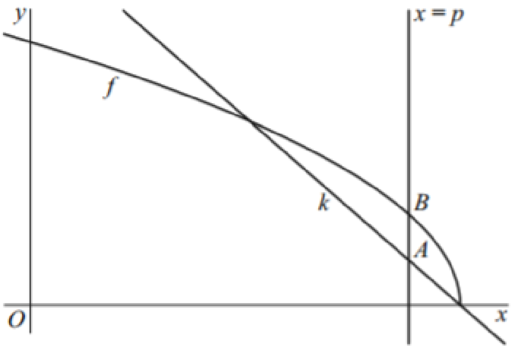
3p **4** Toon dit op algebraïsche wijze aan.

Lijn k en de grafiek van f hebben nog een ander punt gemeenschappelijk.

3p **5** Bereken in twee decimalen nauwkeurig de x-coördinaat van dit punt.

De verticale lijn met vergelijking $x=p$ snijdt k in punt A en de grafiek van f in punt B. De y-coördinaat van B is groter dan de y-coördinaat van A. Zie figuur 2.

figuur 2



Er is een waarde van p waarvoor de afstand tussen A en B maximaal is.

6p **6** Bereken met behulp van differentiëren deze waarde van p.

Schijngestalten van de maan

Van de maan is ook bij een wolkeloze hemel niet altijd een even groot gedeelte zichtbaar. Het percentage van de maan dat zichtbaar is, verloopt bij benadering periodiek. Voor het jaar 2017 is dit percentage in Nederland te benaderen met de formule:

$$P = 50 + 50\sin(0{,}212769t - 1{,}042563)$$

Hierin is P het percentage van de maan dat zichtbaar is en t is de tijd in dagen met $t = 0$ op 1 januari 2017 om 0:00 uur.

3p **7** Bereken de periode van P in hele minuten nauwkeurig.

De vorm van het zichtbare gedeelte van de maan wordt de **schijngestalte** van de maan genoemd. Vier speciale schijngestalten zijn **nieuwe maan**, **eerste kwartier**, **volle maan** en **laatste kwartier**. Zie de figuur, waarin ze op volgorde staan afgebeeld, elk met het bijbehorende percentage van de maan dat zichtbaar is.

figuur

nieuwe maan	eerste kwartier	volle maan	laatste kwartier	nieuwe maan
0% zichtbaar	50% zichtbaar	100% zichtbaar	50% zichtbaar	0% zichtbaar

De volgorde waarin deze schijngestalten voorkomen, is dus altijd: eerst nieuwe maan, dan eerste kwartier, dan volle maan en daarna laatste kwartier. Daarna volgt opnieuw nieuwe maan, enzovoort.

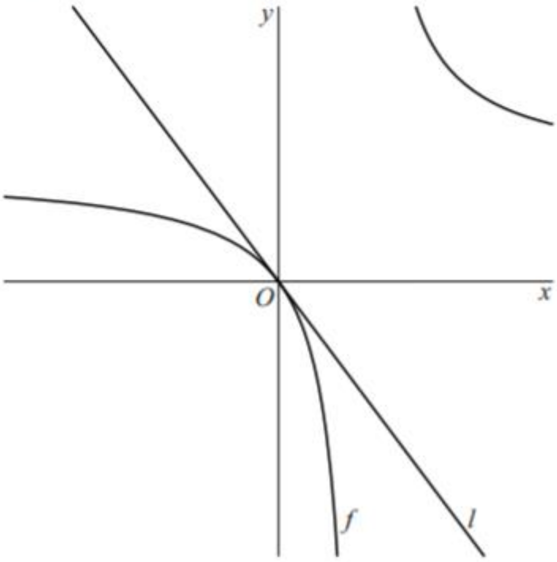
3p **8** Bereken met behulp van de formule voor P op welke datum in 2017 het voor het eerst nieuwe maan zal zijn.

4p **9** Onderzoek met behulp van de formule voor P tussen welke twee opeenvolgende schijngestalten de maan zich op 22 februari 2017 zal bevinden.

Gebroken functie en raaklijn

De functie f is gegeven door $f(x)=\dfrac{12}{x-3}+4$. Lijn l raakt in de oorsprong aan de grafiek van f. Zie figuur 1.

figuur 1



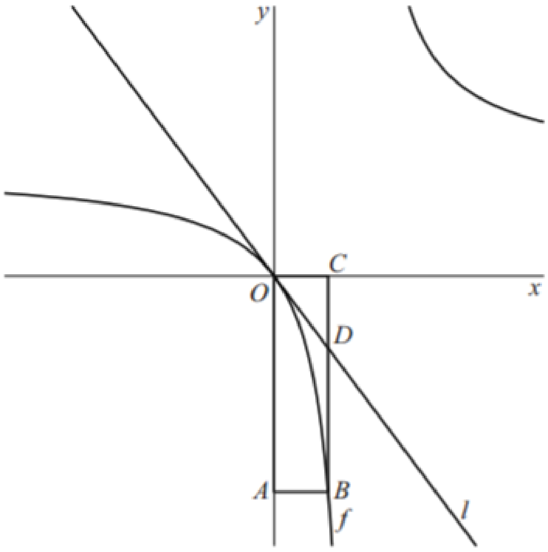
De richtingscoëfficiënt van l is $-\frac{4}{3}$.

3p **10** Toon met behulp van differentiëren aan dat de richtingscoëfficiënt van l inderdaad $-\frac{4}{3}$ is.

Op de grafiek van f ligt punt B met x-coördinaat 2. Punt A ligt op de y-as en heeft dezelfde y-coördinaat als B. Punt C ligt op de x-as en heeft dezelfde x-coördinaat als B.

Lijn l snijdt zijde BC van rechthoek $OABC$ in punt D. Zie figuur 2.

figuur 2



Lijn l verdeelt rechthoek $OABC$ in twee delen: driehoek ODC en trapezium $OABD$.

6p **11** Bereken exact hoeveel keer zo groot de oppervlakte van trapezium $OABD$ is in vergelijking met de oppervlakte van driehoek ODC.

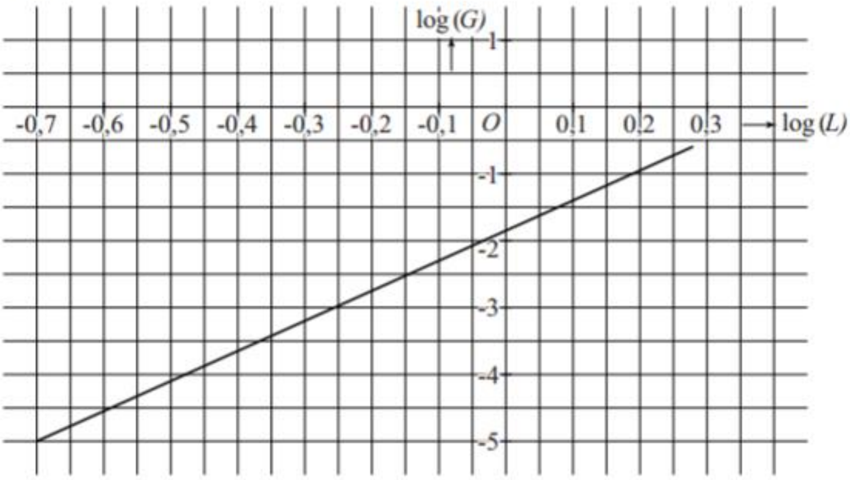
Karpers

In het begin van hun leven ontwikkelen karpers zich van larve tot klein visje. Aan het einde van deze ontwikkeling heeft het visje een lengte van ongeveer 1,9 cm.

foto

De lengte van de karperlarve in centimeter noemen we L.
Het gewicht van de karperlarve in gram noemen we G.
In de figuur is het verband tussen $\log(L)$ en $\log(G)$ weergegeven.
Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur



4p **12** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage het gewicht van een karperlarve met een lengte van 0,8 cm. Geef je antwoord in hele milligrammen nauwkeurig.

Het verband tussen de lengte van karperlarven en hun gewicht kan beschreven worden met een formule van de vorm:

$G = 0{,}014 \cdot L^{b}$ met $0{,}2 \leq L \leq 1{,}9$

Hierin is L de lengte in centimeter, G het gewicht in gram en b een constante.

Een karperlarve van 1,9 cm weegt ongeveer 0,25 g.

3p **13** Bereken b met behulp van deze gegevens. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voor volwassen karpers geldt de formule:

$G = 0{,}014 \cdot L^{3{,}13}$ met $10 \leq L \leq 94$

Hierin is L weer de lengte in centimeter en G het gewicht in gram.

3p **14** Bereken hoeveel keer zo zwaar een volwassen karper van 94 cm is in vergelijking met een volwassen karper van 10 cm. Rond je antwoord af op honderdtallen.

De formule $G = 0{,}014 \cdot L^{3{,}13}$ is te herleiden tot een formule van de vorm $\log(G) = p + q \cdot \log(L)$.

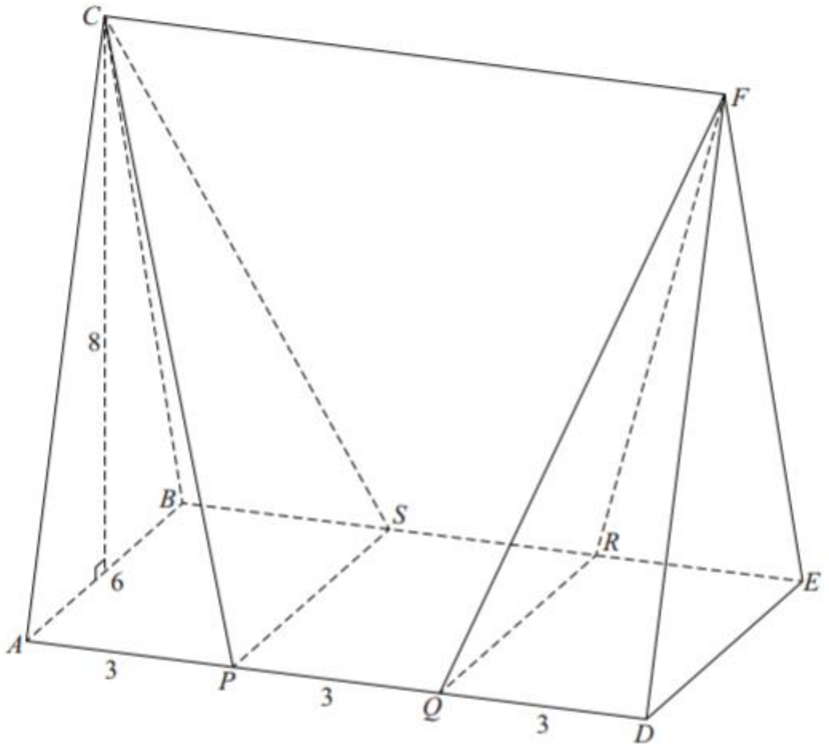
4p **15** Bereken de waarden van p en q. Geef beide waarden in twee decimalen nauwkeurig.

Lichaam PSC.QRF

Gegeven is het prisma $ABC.DEF$.
Hierbij is ABC een gelijkbenige driehoek met basis $AB = 6$ cm en bijbehorende hoogte 8 cm. Bovendien geldt $AD = 9$ cm.

De punten P en Q liggen op de ribbe AD zodanig dat $AP = PQ = QD = 3$ cm. De punten R en S liggen op de ribbe BE zodanig dat $BS = SR = RE = 3$ cm. Deze opgave gaat over het lichaam $PSC.QRF$.
Zie de figuur.

figuur



4p **16** Bereken in cm^3 de inhoud van lichaam $PSC.QRF$.

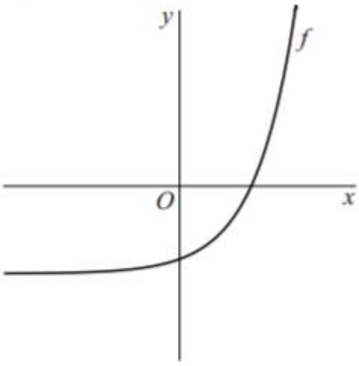
Lichaam $PSC.QRF$ wordt op een hoogte van 2 cm doorsneden met een vlak dat evenwijdig is met het vlak $PQRS$.

5p **17** Teken deze doorsnede op ware grootte. Licht je werkwijze toe.

Exponentiële functie

De functie f is gegeven door $f(x)=3^{x-1}-2$. Zie figuur 1.

figuur 1



3p **18** Bereken exact de waarde van x waarvoor geldt: $f(x)=241$

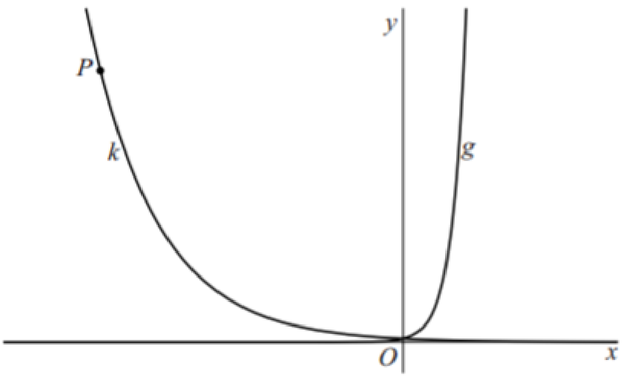
De functie g is gegeven door $g(x)=3^x$.

Op de grafiek van g worden de volgende transformaties uitgevoerd: eerst de verschuiving 6 omlaag, gevolgd door de vermenigvuldiging met $\frac{1}{3}$ ten opzichte van de x-as. Op deze manier ontstaat de grafiek van de functie h.

4p **19** Toon op algebraïsche wijze aan dat h dezelfde functie is als f.

De grafiek van g wordt met a vermenigvuldigd ten opzichte van de y-as. Hierdoor ontstaat de grafiek van de functie k. Het punt $P(-20, 81)$ ligt op de grafiek van k. Zie figuur 2.

figuur 2



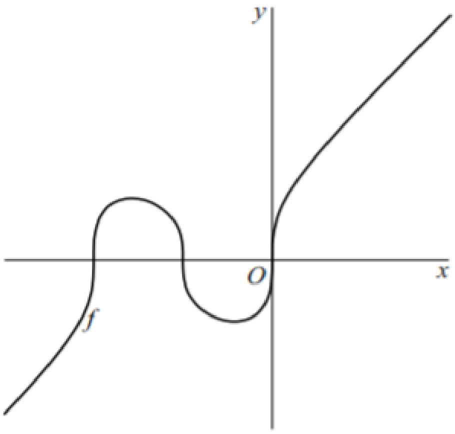
4p **20** Bereken exact de waarde van a.

2016-II

Drie snijpunten

De functie f is gegeven door $f(x)=\sqrt[3]{x^3+3x^2+2x}$. De grafiek van f snijdt de x-as in drie punten. Zie de figuur.

figuur



2p **1** Bereken de x-coördinaten van de drie snijpunten van de grafiek van f met de x-as.

Verder is gegeven de horizontale lijn l met vergelijking $y=p$. De grafiek van f snijdt l in drie punten.

4p **2** Bereken voor welke waarden van p dit het geval is. Rond de getallen in je antwoord af op drie decimalen.

Zuinig verpakken

Chocolademelk wordt vaak verpakt in karton. Op foto's 1 en 2 zie je twee verschillende kartonnen verpakkingen: een voordeelpak en een klein pakje.

foto 1 **foto 2**

Deze twee verpakkingen hebben de vorm van een balk. Het voordeelpak heeft een inhoud van 1,50 liter. De hoogte van dit pak is 24,5 cm. Het kleine pakje heeft een inhoud van 0,20 liter. De afmetingen van dit kleine pakje zijn 4,8 bij 3,5 bij 12,0 cm.
De dikte van het karton, de naden en ook de sluitingen van de pakken worden in deze opgave verwaarloosd.

Het voordeelpak is géén vergroting van het kleine pakje.

4p 3 Toon dit aan.

foto 3

Chocolademelk wordt ook in blikjes met een inhoud van 0,25 liter verpakt. Zie foto 3.
Zo´n blikje heeft bij benadering de vorm van een cilinder. De hoogte van deze cilinder is 12,8 cm en de diameter van het grondvlak is 5,0 cm.
De dikte van het materiaal, de naden, de sluiting en de holle bodem worden hierbij verwaarloosd.

Bij het bepalen van de vorm van een verpakking wil men de hoeveelheid verpakkingsmateriaal zo klein mogelijk houden. Om te onderzoeken of men zuinig geweest is met de hoeveelheid materiaal, kan gebruik worden gemaakt van het **isoperimetrisch quotiënt (*IQ*)**.

De formule voor het isoperimetrisch quotiënt luidt: $IQ = \frac{36\pi \cdot V^2}{A^3}$

Hierin is V de inhoud van de verpakking in cm^3 en A de oppervlakte van de verpakking in cm^2.

Hoe groter het IQ, hoe efficiënter (zuiniger) de verpakking.

4p **4** Bereken welke verpakking het meest efficiënt is, het kleine pakje of het blikje.

Het IQ geldt niet alleen voor verpakkingen, maar kan voor alle lichamen berekend worden.

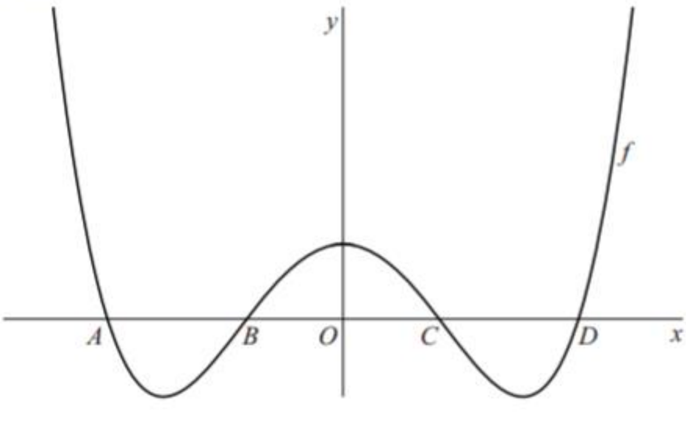
Een bol is een bijzonder lichaam, want een bol blijkt het hoogste IQ te hebben.
Het IQ van een lichaam hangt alleen maar af van de vorm van dat lichaam en niet van de grootte ervan. Daarom is de waarde van het IQ voor alle bollen gelijk.

4p **5** Bereken exact het IQ van een bol.

Vierdegraadsfunctie

De functie f is gegeven door $f(x) = \left(x^2 - 7\right)^2 - 25$. De grafiek van f snijdt de x-as achtereenvolgens in de punten A, B, C en D. Zie de figuur.

figuur



Lijnstuk AD is langer dan lijnstuk BC.

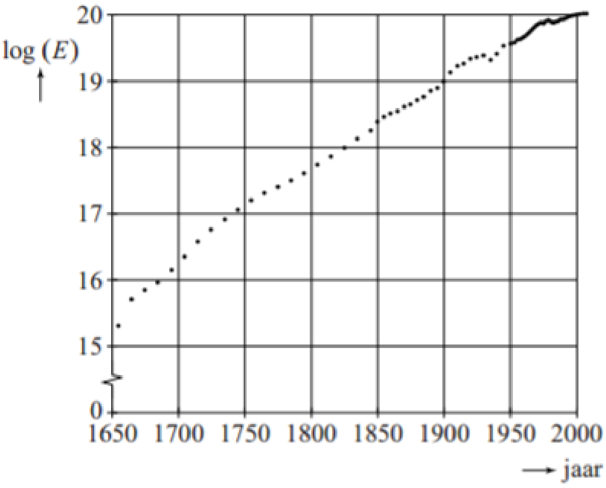
6p **6** Bereken exact hoeveel keer zo lang.

7p **7** Bepaal op exacte wijze het bereik van f.

Energieverbruik

Sinds het begin van de industriële revolutie is het totale jaarlijkse energieverbruik in de Verenigde Staten (VS) nagenoeg exponentieel toegenomen.
E is het totale energieverbruik per jaar in de VS in joule per jaar. In figuur 1 is voor een aantal jaren $\log(E)$ aangegeven. Figuur 1 staat ook vergroot op de uitwerkbijlage.

figuur 1

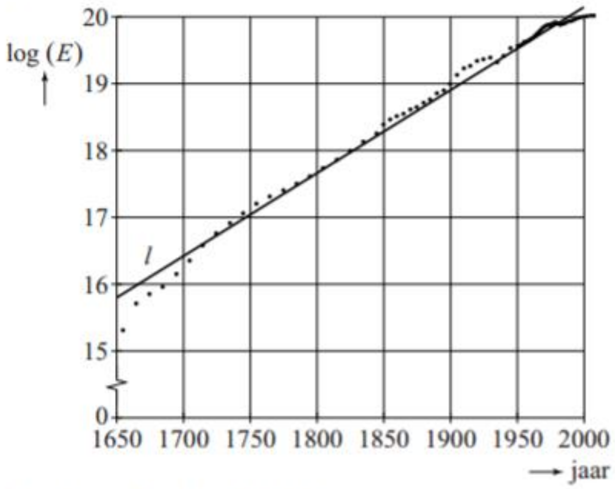


1 exajoule is gelijk aan 10^{18} joule.

4p **8** Bepaal met behulp van de figuur op de uitwerkbijlage het totale energieverbruik in de VS in het jaar 1950 in hele exajoules nauwkeurig. Licht je antwoord toe.

De punten in figuur 1 liggen bij benadering op een rechte lijn. Deze lijn l is in figuur 2 getekend.

figuur 2



Een formule voor lijn l is:

$$\log(E) = 0{,}0125t + 15{,}8$$

Hierin is E het totale energieverbruik per jaar in de VS in joule per jaar en t het aantal jaren met $t = 0$ voor het jaar 1650.

3p **9** Bereken in welk jaar volgens de formule in de VS voor het eerst meer dan $3{,}0 \cdot 10^{20}$ joule aan energie zal worden verbruikt.

Een onderzoeker voorspelt dat het wereldwijde energieverbruik na 2010 exponentieel groeit, waarbij het elke honderd jaar tien keer zo hoog wordt.

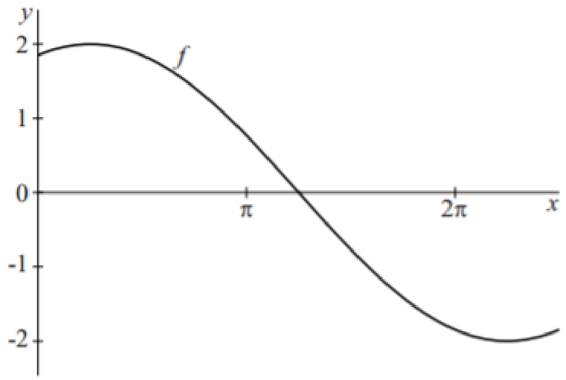
Op 1 januari 2010 was het wereldwijde energieverbruik $1{,}2 \cdot 10^{13}$ joule per seconde. De aarde ontvangt van de zon veel meer energie, maar liefst $1{,}7 \cdot 10^{17}$ joule per seconde. Als alle energie die de aarde van de zon ontvangt door de mens gebruikt zou kunnen worden, dan zouden we nu theoretisch gezien alleen met zonne-energie kunnen volstaan. Volgens bovengenoemde voorspelling zullen we in de toekomst op een gegeven moment toch meer energie verbruiken dan de aarde van de zon ontvangt.

4p **10** Bereken over hoeveel eeuwen dit volgens deze voorspelling het geval zal zijn.

Sinusoïden

Op het domein $\left[0, \frac{5}{2}\pi\right]$ is de functie f gegeven door $f(x) = 2\cos\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{8}\pi\right)$. Zie figuur 1.

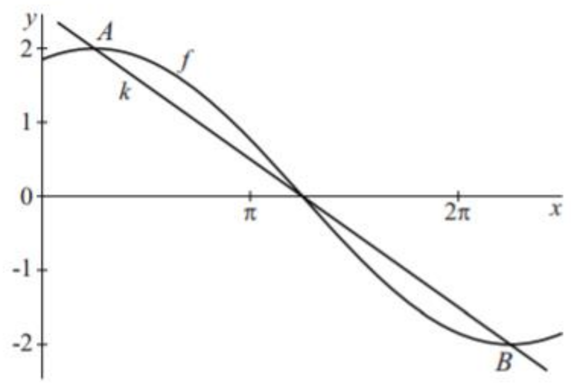
figuur 1



3p **11** Bereken exact de x-coördinaat van het snijpunt van de grafiek van f met de x-as.

De punten A en B zijn de toppen van de grafiek van f. Lijn k gaat door A en B. Zie figuur 2.

figuur 2



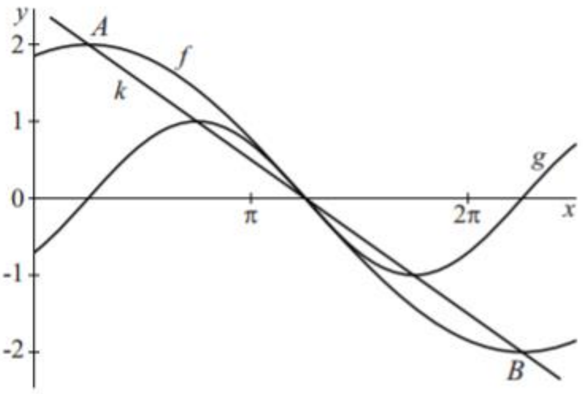
De coördinaten van A en B zijn $\left(\frac{1}{4}\pi, 2\right)$ en $\left(\frac{9}{4}\pi, -2\right)$.

Een vergelijking voor k is $y = -\frac{2}{\pi}x + \frac{5}{2}$.

2p **12** Toon aan dat deze vergelijking voor k met behulp van de coördinaten van A en B opgesteld kan worden.

Op hetzelfde domein is de functie g gegeven door $g(x) = \sin\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$.
De toppen van de grafiek van g liggen ook op k. Zie figuur 3.

figuur 3

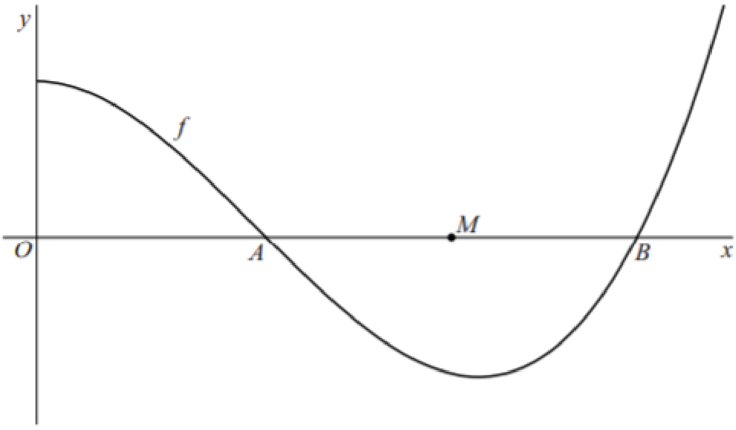


5p **13** Toon dit met exacte berekening aan.

Het midden en de top

De functie f is gegeven door $f(x)=(x+1)\left(x^2-5x+5\right)$. De grafiek van f snijdt de positieve x-as in de punten A en B. Het punt M is het midden van lijnstuk AB. Zie figuur 1.

figuur 1

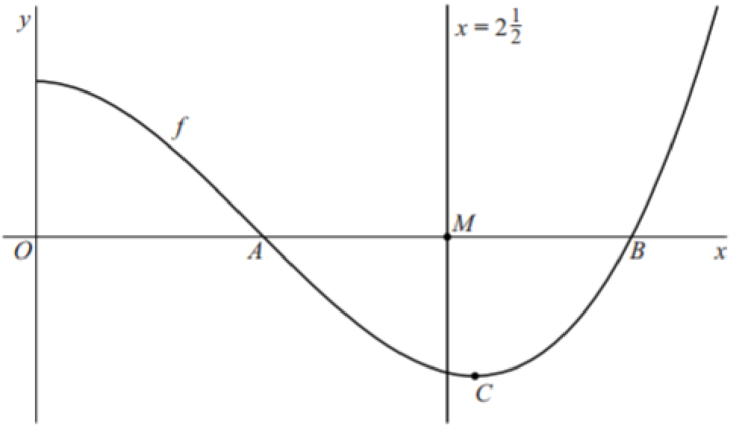


De x-coördinaat van M is gelijk aan $2\frac{1}{2}$.

4p **14** Toon dit met exacte berekening aan.

Het punt C is een top van de grafiek van f. De verticale lijn door M gaat niet door C. Zie figuur 2.

figuur 2



6p **15** Bereken exact het verschil tussen de x-coördinaten van M en C.

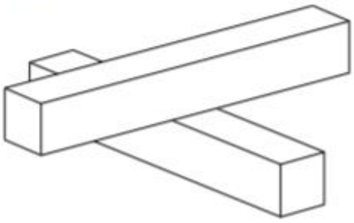
Het gebouw

In Leidsche Rijn staat Het Gebouw, een bouwwerk naar een idee van kunstenaar Stanley Brouwn. Zie foto 1.

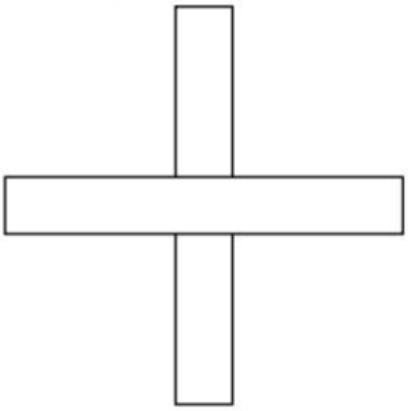
foto 1

De vorm van Het Gebouw wordt bepaald door twee op elkaar liggende balken. Elke balk heeft een lengte van 27,30 meter, een breedte van 3,90 meter en een hoogte van 3,90 meter. De onderste balk rust op de grond. De balken liggen in het midden op elkaar onder een hoek van 90°. In figuur 1 is een model van Het Gebouw getekend. In figuur 2 zie je het bovenaanzicht van dit model.

figuur 1



figuur 2



Een groot deel van deze op elkaar liggende balken van Het Gebouw komt met de buitenlucht in aanraking.

3p **16** Bereken de oppervlakte van dit deel. Geef je antwoord in hele m^2 nauwkeurig.

In figuur 3 zie je nogmaals het bovenaanzicht van het model van Het Gebouw. Hierin is ook een horizontale kijklijn PQ aangegeven. Deze kijklijn maakt in het bovenaanzicht een hoek van 45° met de beide balken. Kijkend in de richting van PQ zie je Het Gebouw als in foto 2.

6p **17** Teken een aanzicht op schaal 1 : 390 van Het Gebouw (zonder ramen en deuren) in de richting van de kijklijn PQ. Licht je werkwijze toe.

figuur 3

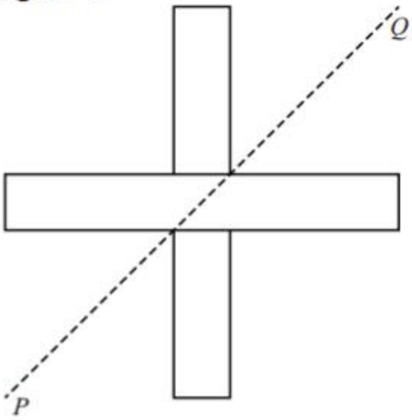
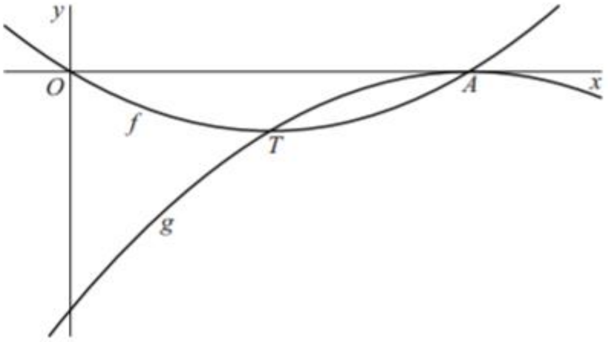


foto 2

Twee parabolen

De functie f is gegeven door $f(x) = x^2 - 6x$.
De grafiek van f snijdt de x-as in de oorsprong en in het punt A.
De grafiek van de functie g raakt de x-as in A en gaat door de top T van de grafiek van f. Zie de figuur.

figuur



g heeft een functievoorschrift van de vorm $g(x) = ax^2 + bx + c$.

7p **18** Bereken exact a, b en c.

2016 - Pilot vragen

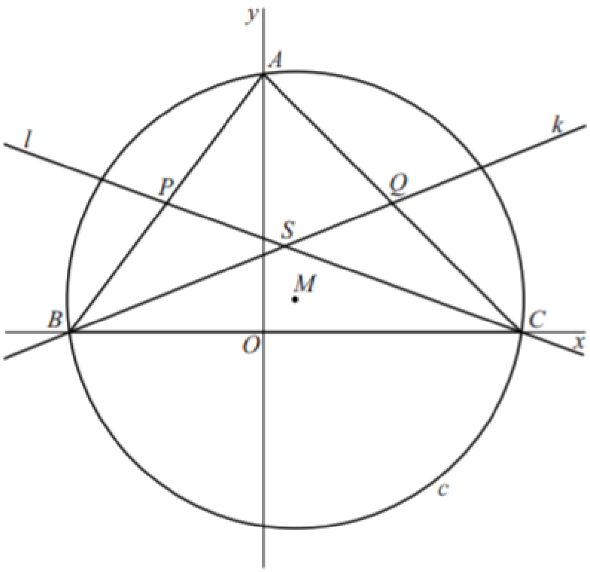
De rechte van Euler

Gegeven is cirkel c met middelpunt $M\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ die door het punt $A(0, 4)$ gaat.

3p **1** Stel een vergelijking op van c.

De punten $B(-3, 0)$ en $C(4, 0)$ liggen op c.
Punt Q is het midden van lijnstuk AC.
Lijn k is de lijn door B en Q. Een vergelijking van k is $y = \frac{2}{5}x + \frac{6}{5}$.
Punt P is het midden van lijnstuk AB.
Lijn l is de lijn door C en P.
Punt S is het snijpunt van k en l. Zie figuur 1.

figuur 1



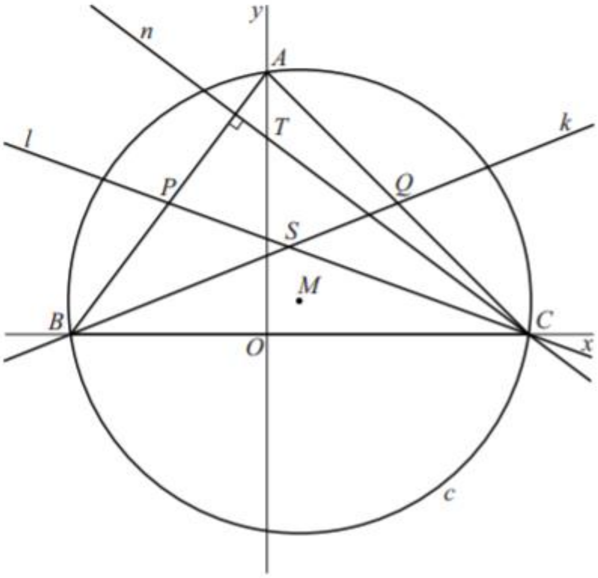
De coördinaten van S zijn $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$.

5p **2** Bewijs dat de coördinaten van S inderdaad $\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right)$ zijn.

Bètales
www.betales.nl

Lijn n gaat door C en staat loodrecht op AB.
Bovendien snijdt lijn n de y-as in punt T.
Zie figuur 2.

figuur 2



Volgens de achttiende-eeuwse wiskundige Euler liggen de punten M, S en T op één lijn.

7p **3** Bewijs dat M, S en T inderdaad op één lijn liggen.

Klok

foto

De klok op de foto hierboven heeft een kleine wijzer met een lengte van 8,5 cm en een grote wijzer met een lengte van 12,5 cm. Het uiteinde van de kleine wijzer noemen we A; het uiteinde van de grote wijzer noemen we B.

Als het bijvoorbeeld 2:00 uur is, dan wijst de kleine wijzer precies naar 2 en staat de grote wijzer precies op 12.
Is het bijvoorbeeld 2:15 uur (kwart over twee), dan heeft de kleine wijzer precies een kwart van de hoek tussen de 2 en de 3 afgelegd; de grote wijzer staat dan precies op 3.

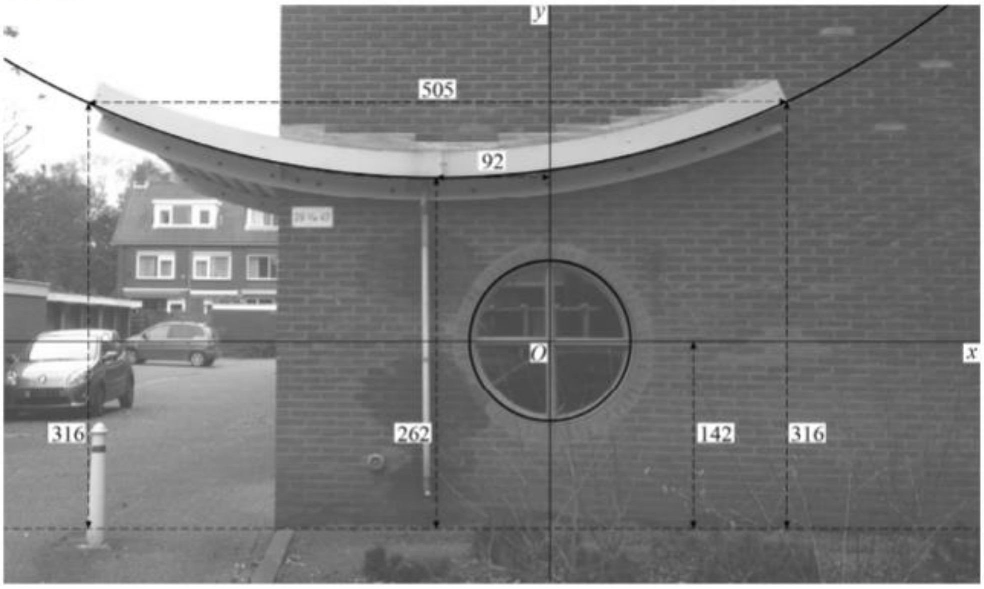
Op de klok op de foto is het precies 2:25 uur (vijf voor half drie).

7p **11** Bereken in deze situatie de afstand tussen A en B. Geef je antwoord in gehele millimeters nauwkeurig. Je kunt hierbij gebruikmaken van de figuur op de uitwerkbijlage.

Afdakje

In de zijgevel van een flat zit een cirkelvormig raam met daarboven een afdakje.
De diameter van het raam is 120 cm. Het middelpunt van het raam zit op 142 cm boven de grond.
De uiteinden van het afdakje bevinden zich 316 cm boven de grond en liggen 505 cm uit elkaar. Het laagste punt van het afdakje bevindt zich 262 cm boven de grond en 92 cm links van het middelpunt van het raam.
Er wordt een assenstelsel aangebracht zodanig dat het middelpunt van het raam samenvalt met de oorsprong. De eenheden in dit assenstelsel zijn in cm. Zie de figuur, waarin bovendien een aantal maten is gegeven.

figuur



De onderrand van het afdakje heeft de vorm van een deel van een cirkel. Zie de figuur.

Uit de gegevens volgt dat de straal van deze cirkel afgerond op hele cm gelijk is aan 617 cm.

4p **3** Toon dit op algebraïsche wijze aan.

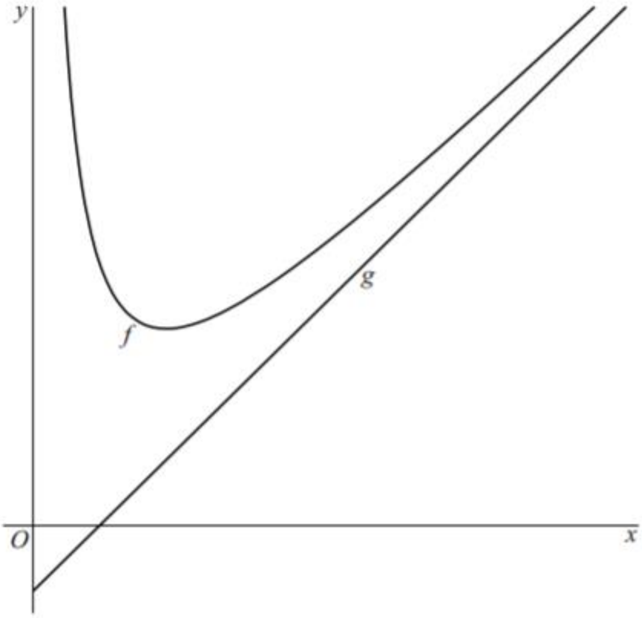
4p **4** Bereken de afstand tussen het afdakje en het raam. Geef je antwoord in gehele cm nauwkeurig.

Dicht bij elkaar

Op het domein $\langle 0, \rightarrow \rangle$ zijn de functies f en g gegeven door

$f(x) = \dfrac{x^2 - x + 4}{x}$ en $g(x) = x - 1$. Voor steeds groter wordende waarden van x komen de grafieken van f en g steeds dichter bij elkaar. Zie figuur 1.

figuur 1



Voor bepaalde waarden van x geldt: $f(x) - g(x) < \frac{1}{100}$

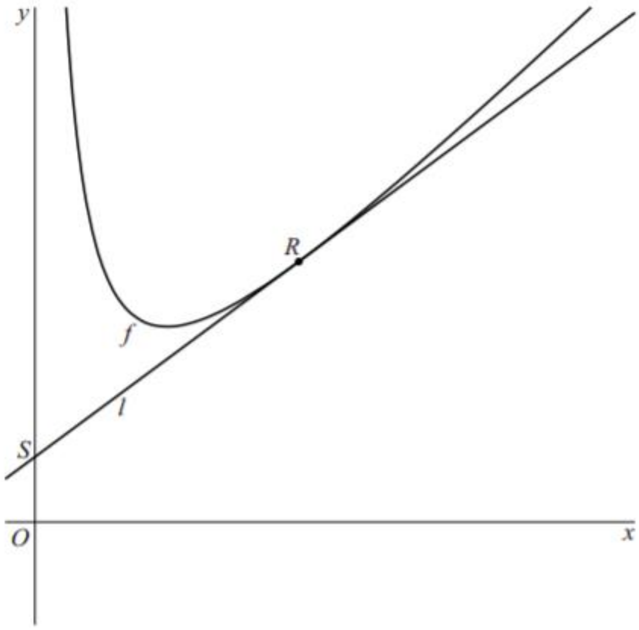
4p 5 Bereken exact voor welke waarden van x dit het geval is.

Ondanks dat de grafieken van f en g voor steeds groter wordende waarden van x steeds dichter bij elkaar komen, snijden ze elkaar niet.

4p 6 Toon op exacte wijze aan dat de grafieken van f en g elkaar niet snijden.

De lijn l met richtingscoëfficiënt $\frac{3}{4}$ raakt de grafiek van f in het punt R.
Het punt S is het snijpunt van l met de y-as. Zie figuur 2.

figuur 2



6p **7** Bereken exact de y-coördinaat van S.

Het punt $T(2, 3)$ is de top van de grafiek van f.

De grafiek van f wordt ten opzichte van de x-as vermenigvuldigd met een factor a. Hierdoor ontstaat de grafiek van een functie h. Het punt P is de top van de grafiek van h. Er geldt $OP = 5$.

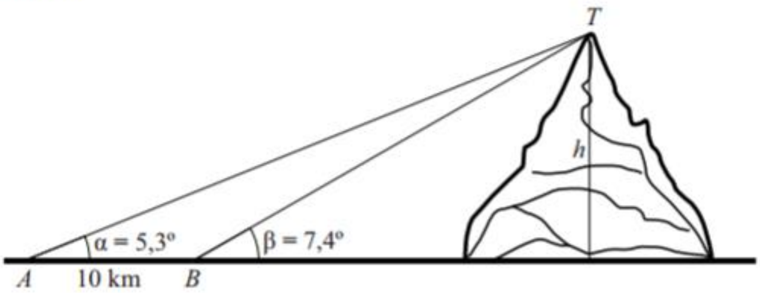
4p **8** Bereken exact de mogelijke waarden van a.

Monte Etna

De vulkaan Etna op Sicilië is vanaf de Middellandse Zee zichtbaar.

De hoogte van de Etna kan worden bepaald door middel van een zogeheten **driehoeksmeting**.
Vanaf een boot op zee wordt twee keer de hoek gemeten waaronder de top T van de Etna te zien is. Eerst wordt hoek $\alpha = 5{,}3°$ gemeten, vervolgens wordt 10 km in een rechte lijn richting de Etna gevaren en hoek $\beta = 7{,}4°$ gemeten. Zie de figuur, waarin ook de hoogte h van de top T ten opzichte van de Middellandse Zee is weergegeven. Deze figuur is niet op schaal.

figuur



In dit model worden de kromming van de aarde en de ooghoogte van de waarnemer boven de zee verwaarloosd.

5p **17** Bereken de hoogte van de Etna ten opzichte van de Middellandse Zee. Geef je antwoord in tientallen meters nauwkeurig.