Wiskunde B

Uitwerkingen examenoefeningen HAVO

A. Smit BSc

3/14/2017

βètales
www.betales.nl

Uitwerkingen van examenopdrachten op basis van oude examens van www.examenblad.nl.

Inhoudsopgave

2016 - I

Blokkendoos

Vraag	Antwoord	Scores

1 **maximumscore 4**

- De inhoud van de vier cilinders samen is $4 \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 10 = 250\pi$ (≈ 785) (cm^3) — 1
- De inhoud van de binnenruimte van de doos is ($30 \cdot 25 \cdot 5 =$) 3750 (cm^3) — 1
- De inhoud van de overige blokken samen is $3750 - 4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 = 2750$ (cm^3) — 1
- Dus het gevraagde percentage is ($\frac{250\pi + 2750}{3750} \cdot 100 \approx$) 94 (%) — 1

of

- De inhoud van de vier cilinders samen is $4 \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 10 = 250\pi$ (≈ 785) (cm^3) — 1
- De inhoud van de binnenruimte van de doos is ($30 \cdot 25 \cdot 5 =$) 3750 (cm^3) — 1
- De inhoud van de lege ruimte in de doos is $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 - 250\pi = 1000 - 250\pi$ (≈ 215) (cm^3), dus het percentage lege ruimte is ($\frac{1000 - 250\pi}{3750} \cdot 100 \approx$ (of ongeveer $\frac{215}{3750} \cdot 100 \approx$)) 6 (%) — 1
- Dus het gevraagde percentage is 94 (%) — 1

2 **maximumscore 3**

- Het tekenen van een rechthoek van 10 bij 5 cm met een lijnstuk midden tussen de zijden van 5 cm — 1
- Een berekening waaruit volgt dat de lengte van de schuine zijde van de rechthoekige driehoek (ongeveer) 7,07 cm is — 1
- Het aan beide zijden van het middelste lijnstuk tekenen van een lijnstuk (ongeveer) 3,5 cm vanaf het middelste lijnstuk — 1

Vraag	Antwoord	Scores

3 **maximumscore 5**

- De totale oppervlakte van een balk van 5 bij 5 bij 10 (cm) is $4 \cdot 5 \cdot 10 + 2 \cdot 5 \cdot 5 = 250 \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- Hiervan moet afgetrokken worden de oppervlakte van een rechthoek van 7 bij 5 (cm), dus $(7 \cdot 5 =)\ 35 \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- De oppervlakte van de twee halve cirkels samen is $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3{,}5^2\ (\approx 38{,}485) \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- De oppervlakte van de halve cilindermantel is $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3{,}5 \cdot 5\ (\approx 54{,}978) \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- Dus de gevraagde oppervlakte is $250 - 35 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3{,}5^2 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3{,}5 \cdot 5 \approx 231 \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1

of

- De oppervlakte van de bovenkant is $5 \cdot 10\ (=50) \text{ (cm}^2\text{)}$ en de oppervlakte van de zijkanten is $2 \cdot 5 \cdot 5\ (=50) \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- De oppervlakte van de voor- en achterkant samen is $2 \cdot (5 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3{,}5^2)\ (\approx 61{,}515) \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- De oppervlakte van de onderkantjes samen is $2 \cdot 5 \cdot 1{,}5\ (=15) \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- De oppervlakte van de halve cilindermantel is $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3{,}5 \cdot 5\ (\approx 54{,}978) \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1
- Dus de gevraagde oppervlakte is $50 + 50 + 2 \cdot (5 \cdot 10 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3{,}5^2) + 2 \cdot 5 \cdot 1{,}5 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 3{,}5 \cdot 5 \approx 231 \text{ (cm}^2\text{)}$ — 1

Een wortelfunctie

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 3**

- (Voor het gemeenschappelijk punt van de grafiek van f met de x-as geldt) $\sqrt{-3x+6} = 0$ — 1
- Dit geeft $x = 2$ (dus het gemeenschappelijk punt van de grafiek van f met de x-as is $(2, 0)$) — 1
- Invullen van $x = 2$ in de vergelijking van k levert: $\frac{7}{4} \cdot 2 - \frac{7}{2} = 0$ (dus k gaat inderdaad door het gemeenschappelijk punt van de grafiek van f met de x-as) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

5 maximumscore 3

- De vergelijking $\sqrt{-3x+6}=-\frac{7}{4}x+\frac{7}{2}$ moet worden opgelost (voor $x \neq 2$) 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden (voor $x \neq 2$) 1
- $x \approx 1{,}02$ 1

Opmerking
Als een kandidaat bij de beantwoording van vraag 4 de bij vraag 5 gevraagde x-coördinaat al gevonden heeft door de vergelijking $\sqrt{-3x+6}=-\frac{7}{4}x+\frac{7}{2}$ algebraïsch op te lossen, dit beoordelen als ware het bij de beantwoording van vraag 5 genoteerd.

6 maximumscore 6

- De afstand tussen A en B is maximaal als $v(p)=\sqrt{-3p+6}-\left(-\frac{7}{4}p+\frac{7}{2}\right)$ maximaal is 1
- $v'(p)=\dfrac{-3}{2\sqrt{-3p+6}}+\frac{7}{4}$ (of een gelijkwaardige vorm) 2
- (Als $v(p)$ maximaal is dan is $v'(p)=0$, dus) de vergelijking $\dfrac{-3}{2\sqrt{-3p+6}}+\frac{7}{4}=0$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $p \approx 1{,}8$ (of nauwkeuriger) (of $p=\frac{86}{49}$) (dus de afstand is maximaal voor $p \approx 1{,}8$ (of nauwkeuriger) (of $p=\frac{86}{49}$)) 1

of

- De afstand tussen A en B is maximaal als $f'(x)$ gelijk is aan de helling van de lijn $y=-\frac{7}{4}x+\frac{7}{2}$ 1
- $f'(x)=\dfrac{-3}{2\sqrt{-3x+6}}$ (of een gelijkwaardige vorm) 2
- De vergelijking $\dfrac{-3}{2\sqrt{-3x+6}}=-\frac{7}{4}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $p \approx 1{,}8$ (of nauwkeuriger) (of $p=\frac{86}{49}$) (dus de afstand is maximaal voor $p \approx 1{,}8$ (of nauwkeuriger) (of $p=\frac{86}{49}$)) 1

Schijngestalten van de maan

Vraag	Antwoord	Scores
7	**maximumscore 3**	
	• De periode van P is $\frac{2\pi}{0{,}212769}$ (dagen)	1
	• Dit is (ongeveer) 29,5305 (of nauwkeuriger) (dagen)	1
	• Het antwoord 42 524 minuten (of 29 dagen, 12 uur en 44 minuten)	1
	of	
	• Beschrijven hoe met behulp van de GR twee maxima (of twee minima, of een maximum en een minimum) kunnen worden gevonden	1
	• Hieruit volgt de periode 29,5305 (of nauwkeuriger) (dagen)	1
	• Het antwoord 42 524 minuten (of 29 dagen, 12 uur en 44 minuten)	1
8	**maximumscore 3**	
	• Er wordt gevraagd naar de kleinste (niet-negatieve) waarde van t waarvoor $P=0$	1
	• Beschrijven hoe deze waarde van t gevonden kan worden	1
	• $t \approx 27{,}05$ (of nauwkeuriger) dus op 28 januari (2017)	1
9	**maximumscore 4**	
	• 22 februari (van 0:00 uur tot 24:00 uur) ligt tussen $t=52$ en $t=53$	1
	• Dan is $P \approx 22$ (of nauwkeuriger) respectievelijk $P \approx 14$ (of nauwkeuriger)	1
	• Dus blijkt (bijvoorbeeld uit de grafiek) dat P (tussen $t=52$ en $t=53$) afneemt	1
	• Dus tussen laatste kwartier en nieuwe maan	1

Opmerking
Als de kandidaat rekent met $t=53$ en $t=54$, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Gebroken functie en raaklijn

Vraag	Antwoord	Scores

10 **maximumscore 3**

- $f(x) = 12(x-3)^{-1} + 4$ — 1
- $f'(x) = -12(x-3)^{-2}$ (of $f'(x) = -\frac{12}{(x-3)^2}$) — 1
- Dus $f'(0)\left(= -12(0-3)^{-2}\right) = -\frac{4}{3}$ (dus de richtingscoëfficiënt van l is inderdaad $-\frac{4}{3}$) — 1

11 **maximumscore 6**

- $f(2) = -8$ (dus de y-coördinaat van A en B is -8) — 1
- Dus de oppervlakte van rechthoek $OABC$ is $(2 \cdot 8 =)$ 16 — 1
- Een vergelijking van l is $y = -\frac{4}{3}x$ — 1
- De y-coördinaat van D is $(-\frac{4}{3} \cdot 2 =)$ $-\frac{8}{3}$ — 1
- De oppervlakte van driehoek ODC is $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{8}{3} = \frac{8}{3}$ — 1
- Dus de oppervlakte van trapezium $OABD$ is $\dfrac{16 - \frac{8}{3}}{\frac{8}{3}} = 5$ keer zo groot als de oppervlakte van driehoek ODC — 1

Opmerking
Als gerekend is met een afgeronde waarde van $\frac{8}{3}$ (bijvoorbeeld 2,67), met als conclusie dat de oppervlakte van het trapezium ongeveer 5 (bijvoorbeeld 4,99) keer zo groot is als de oppervlakte van de driehoek, voor deze vraag maximaal 4 scorepunten toekennen.

Karpers

Vraag	Antwoord	Scores

12 maximumscore 4

- $\log(0,8) \approx -0,1$ 1
- Aflezen uit de figuur geeft $\log(G) \approx -2,3$ 1
- Beschrijven hoe hieruit G berekend kan worden 1
- $G \approx 0,005$ (dus het gevraagde gewicht is 5 mg) 1

Opmerking
Als de kandidaat een waarde van $\log(G)$ afleest tussen −2,4 en −2,2, deze grenzen inbegrepen, en hiermee correct doorrekent, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

13 maximumscore 3

- De vergelijking $0,014 \cdot 1,9^b = 0,25$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van b is 4,5 1

14 maximumscore 3

- $L = 10$ geeft $G \approx 18,9$ en $L = 94$ geeft $G \approx 20\,990,3$ (of nauwkeuriger) 1
- (Een karper van 94 cm is) $\dfrac{20\,990,3}{18,9}$ keer zo zwaar (als een karper van 10 cm) 1
- (Afgerond op honderdtallen is dit) dus 1100 keer zo zwaar 1

15 maximumscore 4

- Uit $G = 0,014 \cdot L^{3,13}$ volgt $\log(G) = \log\left(0,014 \cdot L^{3,13}\right)$ 1
- Hieruit volgt $\log(G) = \log(0,014) + \log\left(L^{3,13}\right)$ 1
- Dus $\log(G) = \log(0,014) + 3,13 \cdot \log(L)$ 1
- Dit geeft (in twee decimalen nauwkeurig) $\log(G) = -1,85 + 3,13 \cdot \log(L)$ (dus $p = -1,85$ en $q = 3,13$) 1

Lichaam PSC.QRF

Vraag	Antwoord	Scores
16	**maximumscore 4**	
	• *PSC.QRF* is te verdelen in twee gelijke piramides en een prisma	1
	• De inhoud van zo'n piramide is $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 8\cdot 3=24$ (cm^3)	1
	• De inhoud van het prisma is $\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 8\cdot 3=72$ (cm^3)	1
	• De inhoud van *PSC.QRF* is $2\cdot 24+72=120$ (cm^3)	1
	of	
	• *PSC.QRF* ontstaat door twee gelijke piramides van het prisma *ABC.DEF* af te halen	1
	• De inhoud van zo'n piramide is $\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 6\cdot 8=48$ (cm^3)	1
	• De inhoud van *ABC.DEF* is $\frac{1}{2}\cdot 6\cdot 8\cdot 9=216$ (cm^3)	1
	• De inhoud van *PSC.QRF* is $216-2\cdot 48=120$ (cm^3)	1
17	**maximumscore 5**	
	• De lengte van de doorsnede is $3+\frac{2}{8}\cdot(9-3)$ (of $9-\frac{6}{8}\cdot(9-3)$) (cm)	1
	• Dit is $4\frac{1}{2}$ (cm)	1
	• De breedte van de doorsnede is $6-\frac{2}{8}\cdot 6$ (of $\frac{6}{8}\cdot 6$) (cm)	1
	• Dit is $4\frac{1}{2}$ (cm)	1
	• Het tekenen van een vierkant met zijde $4\frac{1}{2}$ cm	1

Exponentiële functie

Vraag	Antwoord	Scores

18 **maximumscore 3**

- Uit $3^{x-1}-2=241$ volgt $3^{x-1}=243$ — 1
- Hieruit volgt $x-1=({}^{3}\log(243)=)5$ — 1
- Dus $x=6$ — 1

19 **maximumscore 4**

- $h(x)=\frac{1}{3}\cdot\left(3^x-6\right)=\frac{1}{3}\cdot 3^x-2$ — 2
- Hieruit volgt $h(x)=3^{-1}\cdot 3^x-2$ — 1
- Dus $h(x)=3^{x-1}-2$ (en dat is hetzelfde functievoorschrift als voor *f*) — 1

20 **maximumscore 4**

- Bij vermenigvuldiging ten opzichte van de *y*-as met factor *a* is het punt $(-20,81)$ verkregen vanuit het punt van de grafiek van *g* met *y*-coördinaat 81 — 1
- Dus de vergelijking $g(x)=3^x=81$ moet worden opgelost (om de *x*-coördinaat van dat punt te vinden) — 1
- Hieruit volgt $x=4$ — 1
- Dus $a=\frac{-20}{4}=-5$ — 1

of

- (Bij vermenigvuldiging ten opzichte van de *y*-as met factor $\frac{1}{a}$ wordt het punt $(-20,81)$ afgebeeld op het punt) $\left(\frac{1}{a}\cdot -20,81\right)$ — 1
- (Dit punt ligt op de grafiek van *g*, dus) $3^{\frac{1}{a}\cdot -20}=81\ (=3^4)$ — 1
- Hieruit volgt ($\frac{1}{a}\cdot -20=4$, dus) $\frac{-20}{a}=4$ — 1
- Dus $a=-5$ — 1

of

- (Door vermenigvuldiging ten opzichte van de *y*-as met factor *a* wordt de formule voor *k*) $k(x)=3^{\frac{x}{a}}$ — 1
- (Punt $(-20,81)$ ligt op de grafiek van *k*, dus) $81=3^{\frac{-20}{a}}$ — 1
- Hieruit volgt $\frac{-20}{a}=4$ — 1
- Dus $a=-5$ — 1

`

2016-II

Drie snijpunten

Vraag	Antwoord	Scores
1	**maximumscore 2**	
	• Beschrijven hoe de vergelijking $\sqrt[3]{x^3+3x^2+2x}=0$ opgelost kan worden	1
	• (De x-coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de x-as zijn) $x=0$, $x=-1$ en $x=-2$	1
2	**maximumscore 4**	
	• l moet tussen de toppen van de grafiek van f liggen	1
	• Beschrijven hoe de y-coördinaten van deze toppen gevonden kunnen worden	1
	• $y\approx-0,727$ en $y\approx0,727$ (of nauwkeuriger)	1
	• De gevraagde waarden van p zijn $-0,727\leq p\leq0,727$ (of $-0,727<p<0,727$) (of p ligt tussen $-0,727$ en $0,727$)	1

Zuinig verpakken

Vraag	Antwoord	Scores

3 maximumscore 4

• (Voor de vergrotingsfactor k zou moeten gelden) $k^3 = \frac{1,50}{0,20}$ $(= 7,5)$	1
• Hieruit volgt $k \approx 1,96$ (of nauwkeuriger)	1
• Dus zou de hoogte van het voordeelpak gelijk moeten zijn aan $1,96 \cdot 12,0 \approx 23,5$ (of nauwkeuriger) (cm)	1
• $24,5 \neq 23,5$ (dus het voordeelpak is geen vergroting van het kleine pakje)	1

of

• (Voor de vergrotingsfactor k zou moeten gelden) $k = \frac{24,5}{12,0}$ $(\approx 2,04$ (of nauwkeuriger))	1
• Dus zou de inhoud van het voordeelpak gelijk moeten zijn aan $2,04^3 \cdot 0,20 \approx 1,70$ (of nauwkeuriger) (cm^3)	2
• $1,50 \neq 1,70$ (dus het voordeelpak is geen vergroting van het kleine pakje)	1

of

• (Voor de vergrotingsfactor k zou moeten gelden) $k = \frac{24,5}{12,0}$ $(\approx 2,04$ (of nauwkeuriger))	1
• Dus zou de breedte van het voordeelpak gelijk moeten zijn aan $2,04 \cdot 3,5 \approx 7,1$ (of nauwkeuriger) (cm) en de lengte gelijk aan $2,04 \cdot 4,8 \approx 9,8$ (of nauwkeuriger) (cm)	2
• $24,5 \cdot 7,1 \cdot 9,8 \neq 1500$ (dus het voordeelpak is geen vergroting van het kleine pakje)	1

Vraag	Antwoord	Scores

4 **maximumscore 4**

- Het kleine pakje heeft een oppervlakte van $2 \cdot (4{,}8 \cdot 3{,}5 + 4{,}8 \cdot 12{,}0 + 3{,}5 \cdot 12{,}0) = 232{,}8$ (cm²) — 1
- Het blikje heeft een oppervlakte van $2 \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 + 2 \cdot \pi \cdot 2{,}5 \cdot 12{,}8 \approx 240{,}3$ (of nauwkeuriger) (cm²) — 1
- De *IQ*'s zijn respectievelijk $\dfrac{36\pi \cdot 200^2}{232{,}8^3} \approx 0{,}4$ (of nauwkeuriger) en $\dfrac{36\pi \cdot 250^2}{240{,}3^3} \approx 0{,}5$ (of nauwkeuriger) — 1
- Het blikje (heeft een groter *IQ* en) is dus de meest efficiënte verpakking — 1

Opmerking
Als een kandidaat de inhouden van de verpakkingen uitrekent in plaats van te werken met de gegeven waarden, hiervoor geen scorepunten in mindering brengen.

5 **maximumscore 4**

- Voor een bol (met straal r) geldt $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ en $A = 4\pi r^2$ — 1
- Invullen geeft $IQ = \dfrac{36\pi \cdot \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)^2}{\left(4\pi r^2\right)^3}$ — 1
- Dit levert $IQ = \dfrac{36\pi \cdot \frac{16}{9}\pi^2 \cdot r^6}{64\pi^3 \cdot r^6}$ — 1
- Hieruit volgt $IQ = \dfrac{64\pi^3 \cdot r^6}{64\pi^3 \cdot r^6} = 1$ — 1

of

- Het volstaat om een bol met straal 1 (of met een andere straal) te nemen — 1
- Voor een bol met (bijvoorbeeld) straal 1 geldt $V = \frac{4}{3}\pi$ en $A = 4\pi$ — 1
- Invullen geeft $IQ = \dfrac{36\pi \cdot \left(\frac{4}{3}\pi\right)^2}{(4\pi)^3} = \dfrac{36\pi \cdot \frac{16}{9}\pi^2}{64\pi^3}$ — 1
- Hieruit volgt $IQ = \dfrac{64\pi^3}{64\pi^3} = 1$ (of $IQ = \dfrac{36 \cdot 16 \cdot \pi^3}{64 \cdot 9 \cdot \pi^3} = 1$) — 1

Vierdegraadsfunctie

Vraag	Antwoord	Scores

6 **maximumscore 6**

- (Uit $\left(x^2-7\right)^2-25=0$ volgt) $\left(x^2-7\right)^2=25$ — 1
- Hieruit volgt $x^2-7=5$ of $x^2-7=-5$ — 1
- Dus $x^2=12$ of $x^2=2$ — 1
- (De x-coördinaten van de snijpunten met de x-as zijn) $x=-\sqrt{12}$, $x=-\sqrt{2}$, $x=\sqrt{2}$ en $x=\sqrt{12}$ — 1
- Dus $AD=2\cdot\sqrt{12}$ ($=4\sqrt{3}$) en $BC=2\cdot\sqrt{2}$ — 1
- Dus $\frac{AD}{BC}=\frac{2\sqrt{12}}{2\sqrt{2}}$ (of $=\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$) ($=\sqrt{6}$) (of een vergelijkbare vorm) (dus AD is $\sqrt{6}$ keer zo lang als BC) — 1

of

- (Uit $\left(x^2-7\right)^2-25=0$ volgt) $x^4-14x^2+24=0$ — 1
- Hieruit volgt $\left(x^2-12\right)\left(x^2-2\right)=0$ — 1
- Dus $x^2=12$ of $x^2=2$ — 1
- (De x-coördinaten van de snijpunten met de x-as zijn) $x=-\sqrt{12}$, $x=-\sqrt{2}$, $x=\sqrt{2}$ en $x=\sqrt{12}$ — 1
- Dus $AD=2\cdot\sqrt{12}$ ($=4\sqrt{3}$) en $BC=2\cdot\sqrt{2}$ — 1
- Dus $\frac{AD}{BC}=\frac{2\sqrt{12}}{2\sqrt{2}}$ (of $=\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$) ($=\sqrt{6}$) (of een vergelijkbare vorm) (dus AD is $\sqrt{6}$ keer zo lang als BC) — 1

Opmerking
Als gebruikgemaakt is van de symmetrie van de grafiek van f zonder dat deze afdoende wordt aangetoond, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

Vraag	Antwoord	Scores

7 **maximumscore 7**

- $f'(x) = 4x\left(x^2 - 7\right)$ (of een minder uitgewerkte vorm) — 2
- (Uit $4x\left(x^2-7\right)=0$ volgt) ($x=0$ of) $x^2=7$ — 1
- $x=-\sqrt{7}$ of $x=\sqrt{7}$ — 1
- $f\left(\sqrt{7}\right)=\left(\left(\sqrt{7}\right)^2-7\right)^2-25=-25$ — 1
- $f\left(-\sqrt{7}\right)=\left(\left(-\sqrt{7}\right)^2-7\right)^2-25=-25$ — 1
- Dus het bereik van f is $[-25,\rightarrow\rangle$ (of $f(x)\geq -25$) — 1

of

- (Uit $f(x)=x^4-14x^2+24$ volgt) $f'(x)=4x^3-28x$ — 1
- (Uit $4x^3-28x=0$ volgt) $x\left(x^2-7\right)=0$ — 1
- ($x=0$ of) $x^2=7$ — 1
- $x=-\sqrt{7}$ of $x=\sqrt{7}$ — 1
- $f\left(\sqrt{7}\right)=\left(\left(\sqrt{7}\right)^2-7\right)^2-25$ (of $=\left(\sqrt{7}\right)^4-14\left(\sqrt{7}\right)^2+24$) $=-25$ — 1
- $f\left(-\sqrt{7}\right)=\left(\left(-\sqrt{7}\right)^2-7\right)^2-25$ (of $=\left(-\sqrt{7}\right)^4-14\left(-\sqrt{7}\right)^2+24$) $=-25$ — 1
- Dus het bereik van f is $[-25,\rightarrow\rangle$ (of $f(x)\geq -25$) — 1

Opmerking
Als een kandidaat bij het eerste alternatief bij het differentiëren de kettingregel niet of niet correct heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 5 scorepunten toekennen.

Energieverbruik

Vraag	Antwoord	Scores
8	**maximumscore 4**	
	• Aangeven hoe $\log(E)$ op de verticale as afgelezen kan worden	1
	• $\log(E) \approx 19{,}6$	1
	• $E \approx 10^{19{,}6}$ (of beschrijven hoe hieruit E gevonden kan worden)	1
	• ($E \approx 3{,}98 \cdot 10^{19}$, dus het gevraagde energieverbruik is) 40 (exajoule)	1
	Opmerking *Voor $\log(E)$ is een afleesmarge van 0,1 toegestaan.*	
9	**maximumscore 3**	
	• De vergelijking $\log\left(3{,}0 \cdot 10^{20}\right) = 0{,}0125t + 15{,}8$ moet worden opgelost	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• $t \approx 374{,}2$, dus in het jaar 2025	1
	Opmerking *Het antwoord 2024 ook goed rekenen.*	
10	**maximumscore 4**	
	• De vergelijking $1{,}2 \cdot 10^{13} \cdot 10^{t} = 1{,}7 \cdot 10^{17}$ moet worden opgelost (met t de tijd in honderden jaren)	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• $t \approx 4{,}2$ (of nauwkeuriger)	1
	• Dus over (ruim) 4 eeuwen	1
	of	
	• (Voor de groeifactor g per jaar geldt) $g^{100} = 10$, dus $g = 10^{\frac{1}{100}}$	1
	• De vergelijking $1{,}2 \cdot 10^{13} \cdot \left(10^{\frac{1}{100}}\right)^{t} = 1{,}7 \cdot 10^{17}$ moet worden opgelost (met t de tijd in jaren)	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden	1
	• $t \approx 415$ (of nauwkeuriger), dus over (ruim) 4 eeuwen	1
	of	
	• De vergelijking $1{,}2 \cdot 10^{13} \cdot 10^{t} = 1{,}7 \cdot 10^{17}$ moet worden opgelost (met t de tijd in honderden jaren)	1
	• Beschrijven hoe deze vergelijking met een tabel onderzocht kan worden	1
	• $1{,}2 \cdot 10^{13} \cdot 10^{4} < 1{,}7 \cdot 10^{17} < 1{,}2 \cdot 10^{13} \cdot 10^{5}$	1
	• Dus over (ruim) 4 eeuwen	1

Sinusoïden

Vraag	Antwoord	Scores

11 maximumscore 3

- Uit $2\cos\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\pi\right)=0$ volgt $\cos\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\pi\right)=0$ — 1
- Hieruit volgt $\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}\pi=\frac{1}{2}\pi+k\cdot\pi$ (voor gehele k) — 1
- Op het gegeven domein levert dit $x=\frac{5}{4}\pi$ — 1

12 maximumscore 2

- De richtingscoëfficiënt van k is $\dfrac{-2-2}{\frac{9}{4}\pi-\frac{1}{4}\pi}=-\frac{2}{\pi}$ (dus k heeft een vergelijking van de vorm $y=-\frac{2}{\pi}x+b$) — 1
- Invullen van de coördinaten van $\left(\frac{1}{4}\pi, 2\right)$ (of van $\left(\frac{9}{4}\pi, -2\right)$) in $y=-\frac{2}{\pi}x+b$ geeft $b=\frac{5}{2}$ (dus een vergelijking voor k is inderdaad $y=-\frac{2}{\pi}x+\frac{5}{2}$) — 1

13 maximumscore 5

- Er moet gelden: $\sin\left(x-\frac{1}{4}\pi\right)=1$ en $\sin\left(x-\frac{1}{4}\pi\right)=-1$ — 1
- Hieruit volgt $x-\frac{1}{4}\pi=\frac{1}{2}\pi+k\cdot 2\pi$ (voor gehele k) en $x-\frac{1}{4}\pi=\frac{3}{2}\pi+k\cdot 2\pi$ (voor gehele k) — 1
- Op het gegeven domein levert dit $x=\frac{3}{4}\pi$ of $x=\frac{7}{4}\pi$ — 1
- Dus de toppen van de grafiek van g zijn $\left(\frac{3}{4}\pi, 1\right)$ en $\left(\frac{7}{4}\pi, -1\right)$ — 1
- $-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{3}{4}\pi+\frac{5}{2}=1$ en $-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{7}{4}\pi+\frac{5}{2}=-1$ (dus de toppen van de grafiek van g liggen op k) — 1

of

- $g'(x)=\cos\left(x-\frac{1}{4}\pi\right)$ — 1
- (Uit $g'(x)=0$ volgt) $x-\frac{1}{4}\pi=\frac{1}{2}\pi+k\cdot\pi$ (voor gehele k) — 1
- Op het gegeven domein levert dit $x=\frac{3}{4}\pi$ of $x=\frac{7}{4}\pi$ — 1
- Dus de toppen van de grafiek van g zijn $\left(\frac{3}{4}\pi, 1\right)$ en $\left(\frac{7}{4}\pi, -1\right)$ — 1
- $-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{3}{4}\pi+\frac{5}{2}=1$ en $-\frac{2}{\pi}\cdot\frac{7}{4}\pi+\frac{5}{2}=-1$ (dus de toppen van de grafiek van g liggen op k) — 1

Het midden en de top

Vraag	Antwoord	Scores

14 maximumscore 4

• (Voor de x-coördinaten van A en B geldt) $x^2 - 5x + 5 = 0$	1
• Beschrijven hoe deze vergelijking exact opgelost kan worden	1
• Hieruit volgt $x_A = \frac{5-\sqrt{5}}{2}$ en $x_B = \frac{5+\sqrt{5}}{2}$	1
• Dus $x_M = \frac{\frac{5-\sqrt{5}}{2} + \frac{5+\sqrt{5}}{2}}{2} = 2\frac{1}{2}$	1

15 maximumscore 6

• $f'(x) = x^2 - 5x + 5 + (x+1)(2x-5)$	2
• $f'(x) = 3x^2 - 8x$	1
• (Uit $f'(x) = 0$ volgt) $x(3x-8) = 0$	1
• ($x = 0$ of) $x = \frac{8}{3}$ (dus de x-coördinaat van C is $\frac{8}{3}$)	1
• Het gevraagde verschil is $\frac{8}{3} - 2\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	1

of

• $f(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + x^2 - 5x + 5 = x^3 - 4x^2 + 5$	2
• $f'(x) = 3x^2 - 8x$	1
• (Uit $f'(x) = 0$ volgt) $x(3x-8) = 0$	1
• ($x = 0$ of) $x = \frac{8}{3}$ (dus de x-coördinaat van C is $\frac{8}{3}$)	1
• Het gevraagde verschil is $\frac{8}{3} - 2\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	1

Opmerking
Als een kandidaat bij het eerste alternatief bij het differentiëren de productregel niet of niet correct heeft toegepast, voor deze vraag maximaal 4 scorepunten toekennen.

Het gebouw

Vraag	Antwoord	Scores

16 maximumscore 3

- De oppervlakte van één balk is
  $2 \cdot 3{,}90 \cdot 3{,}90 + 4 \cdot 27{,}30 \cdot 3{,}90$ $(= 456{,}30)$ (m^2) — 1
- De oppervlakte van het deel dat niet met de buitenlucht in aanraking komt is $2 \cdot 3{,}90 \cdot 3{,}90 + 27{,}30 \cdot 3{,}90$ $(= 136{,}89)$ (m^2) — 1
- De gevraagde oppervlakte is
  $2 \cdot (2 \cdot 3{,}90 \cdot 3{,}90 + 4 \cdot 27{,}30 \cdot 3{,}90) - (2 \cdot 3{,}90 \cdot 3{,}90 + 27{,}30 \cdot 3{,}90)$
  (of $2 \cdot 456{,}30 - 139{,}89$) ≈ 776 (m^2) — 1

of

- De oppervlakte van één rechthoek is $27{,}30 \cdot 3{,}90$ $(= 106{,}47)$ (m^2) en de oppervlakte van één vierkant is $3{,}90 \cdot 3{,}90$ $(= 15{,}21)$ (m^2) — 1
- Het deel dat met de buitenlucht in aanraking komt bestaat uit 7 rechthoeken en 4 vierkanten minus twee vierkanten waar de balken op elkaar liggen — 1
- De gevraagde oppervlakte is $7 \cdot 27{,}30 \cdot 3{,}90 + 2 \cdot 3{,}90 \cdot 3{,}90$
  (of $7 \cdot 106{,}47 + 2 \cdot 15{,}21$) ≈ 776 (m^2) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

17 **maximumscore 6**

- De balken hebben op schaal 1 : 390 de afmetingen 1,0 bij 1,0 bij 7,0 cm — 1
- In het aanzicht is de lengte van de zijkant van een balk $\frac{7,0}{\sqrt{2}}$ ($\approx 4,9$) cm — 1
- In het aanzicht is de breedte van de kopse kant van een balk $\frac{1,0}{\sqrt{2}}$ ($\approx 0,7$) cm — 1
- Het aanzicht heeft de vorm van een rechthoek met hoogte 2,0 cm — 1
- Een horizontaal lijnstuk deelt de rechthoek middendoor — 1
- Het tekenen van de verticale lijnstukken binnen de rechthoek op de juiste plaats — 1

of

- De balken hebben op schaal 1 : 390 de afmetingen 1,0 bij 1,0 bij 7,0 cm — 1
- Het aanzicht heeft de vorm van een rechthoek met hoogte 2,0 cm — 1
- Een berekening waaruit volgt dat de breedte van het aanzicht gelijk is aan (ongeveer) 5,7 cm — 1
- Een horizontaal lijnstuk deelt de rechthoek middendoor — 1
- Het aanzicht van een vierkant zijvlak is een rechthoek met de afmeting 1,0 bij $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ ($\approx 0,7$) cm — 1
- Het tekenen van de verticale lijnstukken binnen de rechthoek op de juiste plaats — 1

of

- Het tekenen van een bovenaanzicht op schaal 1 : 390 — 1
- Het tekenen van de vier projectielijnen evenwijdig aan kijklijn *PQ* — 2
- Het aanzicht heeft de vorm van een rechthoek met hoogte 2,0 cm — 1
- Een horizontaal lijnstuk deelt de rechthoek middendoor — 1
- Het tekenen van de verticale lijnstukken binnen de rechthoek op de juiste plaats — 1

Twee parabolen

Vraag	Antwoord	Scores

18 maximumscore 7

- Uit $x^2 - 6x = 0$ volgt $x(x-6) = 0$ — 1
- Hieruit volgt ($x = 0$ of) $x - 6 = 0$ (dus voor de x-coördinaat van A geldt $x = 6$) — 1
- De x-coördinaat van T is ($\frac{6-0}{2} =$ (of $\frac{--6}{2 \cdot 1} =$)) 3 (of $f'(x) = 0$ geeft $x = 3$) — 1
- De y-coördinaat van T is ($f(3) =$) -9 (dus $T(3, -9)$) — 1
- g heeft een functievoorschrift van de vorm $g(x) = a(x-6)^2$ — 1
- (T ligt op de grafiek van g dus geldt) $a(3-6)^2 = -9$ dus $a = \frac{-9}{9} = -1$ — 1
- Dus $g(x) = -(x-6)^2$ ($= -\left(x^2 - 12x + 36\right)$) $= -x^2 + 12x - 36$ (dus $a = -1$, $b = 12$ en $c = -36$) — 1

2016 - Pilot vragen

De rechte van Euler

Vraag	Antwoord	Scores

1 **maximumscore 3**

- De straal r van c is $\sqrt{\left(0-\frac{1}{2}\right)^2+\left(4-\frac{1}{2}\right)^2}$ — 1
- Hieruit volgt $r=\sqrt{\frac{25}{2}}$ (of $r^2=\frac{25}{2}$) (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1
- Een vergelijking van c is $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$ — 1

of

- Een vergelijking van c is $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=r^2$ — 1
- Invullen van de coördinaten van A geeft $\frac{1}{4}+\frac{49}{4}=r^2$ — 1
- Dus een vergelijking van c is $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{2}$ — 1

2 **maximumscore 5**

- De coördinaten van P zijn ($\left(\frac{-3+0}{2},\frac{0+4}{2}\right)=$) $\left(-\frac{3}{2},2\right)$ — 1
- l heeft richtingscoëfficiënt ($\frac{0-2}{4--\frac{3}{2}}=$) $-\frac{4}{11}$ (dus l heeft een vergelijking van de vorm $y=-\frac{4}{11}x+b$) — 1
- Invullen van de coördinaten van $C(4,0)$ in $y=-\frac{4}{11}x+b$ geeft $b=\frac{16}{11}$ (dus een vergelijking van l is $y=-\frac{4}{11}x+\frac{16}{11}$) — 1
- Uit $-\frac{4}{11}x+\frac{16}{11}=\frac{2}{5}x+\frac{6}{5}$ volgt $x=\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $\frac{1}{3}$) — 1
- Dit geeft $y=\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}+\frac{6}{5}=\frac{4}{3}$ (dus de y-coördinaat van S is $\frac{4}{3}$) — 1

of

- De coördinaten van P zijn ($\left(\frac{-3+0}{2},\frac{0+4}{2}\right)=$) $\left(-\frac{3}{2},2\right)$ — 1
- l heeft richtingscoëfficiënt ($\frac{0-2}{4--\frac{3}{2}}=$) $-\frac{4}{11}$ (dus l heeft een vergelijking van de vorm $y=-\frac{4}{11}x+b$) — 1
- Invullen van de coördinaten van $C(4,0)$ in $y=-\frac{4}{11}x+b$ geeft $b=\frac{16}{11}$ (dus een vergelijking van l is $y=-\frac{4}{11}x+\frac{16}{11}$) — 1
- $-\frac{4}{11}\cdot\frac{1}{3}+\frac{16}{11}=-\frac{4}{33}+\frac{48}{33}=\frac{44}{33}=\frac{4}{3}$ (dus S ligt op l) — 1
- $\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}+\frac{6}{5}=\frac{2}{15}+\frac{18}{15}=\frac{20}{15}=\frac{4}{3}$ (dus S ligt op k) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

3 maximumscore 7

- De lijn door A en B heeft richtingscoëfficiënt $\frac{4}{3}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van n is $(\frac{-1}{\frac{4}{3}} =)$ $-\frac{3}{4}$ (dus n heeft een vergelijking van de vorm $y = -\frac{3}{4}x + b$) — 1
- Invullen van de coördinaten van $C(4, 0)$ in $y = -\frac{3}{4}x + b$ geeft $b = 3$ — 1
- Dus de coördinaten van T zijn $(0, 3)$ — 1
- Een vergelijking van de lijn door twee van de drie punten M, S en T is $y = -5x + 3$ — 2
- Het controleren dat het derde punt op deze lijn ligt (dus M, S en T liggen op één lijn) — 1

of

- De lijn door A en B heeft richtingscoëfficiënt $\frac{4}{3}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van n is $(\frac{-1}{\frac{4}{3}} =)$ $-\frac{3}{4}$ (dus n heeft een vergelijking van de vorm $y = -\frac{3}{4}x + b$) — 1
- Invullen van de coördinaten van $C(4, 0)$ in $y = -\frac{3}{4}x + b$ geeft $b = 3$ — 1
- Dus de coördinaten van T zijn $(0, 3)$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door twee van de drie punten M, S en T is -5 — 1
- De richtingscoëfficiënt van de lijn door twee, maar niet dezelfde twee, van de punten M, S en T is -5 — 1
- De richtingscoëfficiënten van deze twee lijnen zijn gelijk en deze twee lijnen hebben een punt gemeenschappelijk, dus deze lijnen vallen samen (dus M, S en T liggen op één lijn) — 1

Klok

Vraag	Antwoord	Scores

11 maximumscore 7

- De hoek die de grote wijzer maakt met de verticale as is $(\frac{5}{60} \cdot 360° =)\ 30°$ — 1
- De kleine wijzer heeft $\frac{25}{60}$ deel van de hoek tussen de 2 en de 3 afgelegd — 1
- De hoek die de kleine wijzer met de verticale as maakt is $\frac{10}{60} \cdot 360° + \frac{25}{60} \cdot 30° = 72{,}5°$ — 1
- Dus de hoek die beide wijzers met elkaar maken is $180° - 30° - 72{,}5° = 77{,}5°$ — 1
- $AB^2 = 12{,}5^2 + 8{,}5^2 - 2 \cdot 12{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot \cos(77{,}5°)$ — 1
- $AB^2 \approx 182{,}5$ — 1
- De afstand tussen A en B is 135 mm (of 13,5 cm) — 1

of

- De hoek die de grote wijzer maakt met de horizontale as is $(\frac{10}{60} \cdot 360° =)\ 60°$ — 1
- De kleine wijzer heeft $\frac{25}{60}$ deel van de hoek tussen de 2 en de 3 afgelegd (en moet dus nog $\frac{35}{60}$ deel) — 1
- De hoek die de kleine wijzer met de horizontale as maakt is $\frac{35}{60} \cdot 30° = 17{,}5°$ — 1
- Dus de hoek die beide wijzers met elkaar maken is $60° + 17{,}5° = 77{,}5°$ — 1
- $AB^2 = 12{,}5^2 + 8{,}5^2 - 2 \cdot 12{,}5 \cdot 8{,}5 \cdot \cos(77{,}5°)$ — 1
- $AB^2 \approx 182{,}5$ — 1
- De afstand tussen A en B is 135 mm (of 13,5 cm) — 1

Afdakje

Vraag	Antwoord	Scores

3 **maximumscore 4**

- Voor de straal r van de cirkel geldt $r^2 = \left(\frac{505}{2}\right)^2 + \left(r-(316-262)\right)^2$ — 2
- Beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch opgelost kan worden — 1
- De straal van de cirkel is (afgerond op hele cm gelijk aan) 617 (cm) — 1

4 **maximumscore 4**

- De y-coördinaat van het middelpunt M is $617+(262-142)$ $(=737)$ — 1
- De straal van het raam is 60 (cm) — 1
- De afstand tussen O en M is $\sqrt{(-92)^2+737^2}$ (≈ 743) (cm) — 1
- De afstand tussen afdakje en raam is $743-60-617=66$ (cm) — 1

Dicht bij elkaar

Vraag	Antwoord	Scores

5 **maximumscore 4**

- De vergelijking $\frac{x^2-x+4}{x}-(x-1)=\frac{1}{100}$ moet worden opgelost — 1
- Dit geeft $\frac{x^2-x+4-x(x-1)}{x}=\frac{1}{100}$ — 1
- Hieruit volgt $\frac{4}{x}=\frac{1}{100}$ — 1
- ($x=400$, dus de gevraagde waarden van x zijn) $x>400$ — 1

of

- De vergelijking $\frac{x^2-x+4}{x}-(x-1)=\frac{1}{100}$ moet worden opgelost — 1
- Dit geeft $\frac{x^2-x+4}{x}=x-\frac{99}{100}$ — 1
- Hieruit volgt $x^2-x+4=x^2-\frac{99}{100}x$ — 1
- Dit geeft $-\frac{1}{100}x=-4$ (en dit geeft $x=400$, dus de gevraagde waarden van x zijn) $x>400$ — 1

of

- De vergelijking $\frac{x^2-x+4}{x}-(x-1)=\frac{1}{100}$ moet worden opgelost — 1
- Dit geeft $x-1+\frac{4}{x}-(x-1)=\frac{1}{100}$ — 1
- Hieruit volgt $\frac{4}{x}=\frac{1}{100}$ — 1
- ($x=400$, dus de gevraagde waarden van x zijn) $x>400$ — 1

6 **maximumscore 4**

- De vergelijking $\frac{x^2-x+4}{x}=x-1$ moet worden opgelost — 1
- Hieruit volgt $x^2-x+4=x(x-1)$ — 1
- Verder uitwerken geeft $4=0$ — 1
- Dit is een tegenspraak (dus de grafieken van f en g snijden elkaar niet) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

7 maximumscore 6

- $f(x) = x - 1 + 4x^{-1}$ — 1
- $f'(x) = 1 - 4x^{-2}$ $(= 1 - \frac{4}{x^2})$ — 1
- $f'(x) = \frac{3}{4}$ geeft $1 - 4x^{-2} = \frac{3}{4}$ (of $1 - \frac{4}{x^2} = \frac{3}{4}$) — 1
- Hieruit volgt $x^{-2} = \frac{1}{16}$ (of $\frac{4}{x^2} = \frac{1}{4}$) — 1
- (Dit geeft $x^2 = 16$, dus) (de x-coördinaat van R is) $x = 4$ en (de y-coördinaat van R is) y $(= f(4))$ $= 4$ (dus de coördinaten van R zijn $(4,4)$) — 1
- (l heeft een vergelijking van de vorm $y = \frac{3}{4}x + b$,) invullen van de coördinaten van R in $y = \frac{3}{4}x + b$ geeft $b = 1$ (dus de y-coördinaat van S is 1) — 1

8 maximumscore 4

- De coördinaten van P zijn $(2, 3a)$ — 1
- Dus moet gelden $2^2 + (3a)^2 = 5^2$ — 1
- Hieruit volgt $a^2 = \frac{21}{9}$ — 1
- Dus mogelijke waarden van a zijn $-\frac{1}{3}\sqrt{21}$ en $\frac{1}{3}\sqrt{21}$ (of vergelijkbare vormen) — 1

of

- $OP = 5$, dus (voor de y-coördinaat van P moet gelden) $2^2 + y^2 = 5^2$ — 1
- Hieruit volgt $y^2 = 21$ — 1
- Dit geeft $y = -\sqrt{21}$ of $y = \sqrt{21}$ — 1
- (de y-coördinaat van T is 3 dus voor a geldt $a = \frac{y}{3}$,) dus mogelijke waarden van a zijn $\frac{-\sqrt{21}}{3}$ en $\frac{\sqrt{21}}{3}$ (of vergelijkbare vormen) — 1

Monte Etna

Vraag	Antwoord	Scores
17	**maximumscore 5**	
	• ($\angle ABT =$) $180° - 7{,}4° = 172{,}6°$ en ($\angle ATB =$) $180° - 172{,}6° - 5{,}3° = 2{,}1°$	1
	• (Uit de sinusregel volgt) $\dfrac{BT}{\sin(5{,}3°)} = \dfrac{10}{\sin(2{,}1°)}$	1
	• Hieruit volgt $BT \approx 25{,}21$ (of nauwkeuriger) (km)	1
	• Er geldt $\sin(7{,}4°) = \dfrac{h}{25{,}21}$	1
	• ($h \approx 3{,}25$ (of nauwkeuriger) (km), dus) de gevraagde hoogte is 3250 m	1