

βètales
www.betales.nl

Hoofdstuk 4

Trillingen en cirkelbewegingen

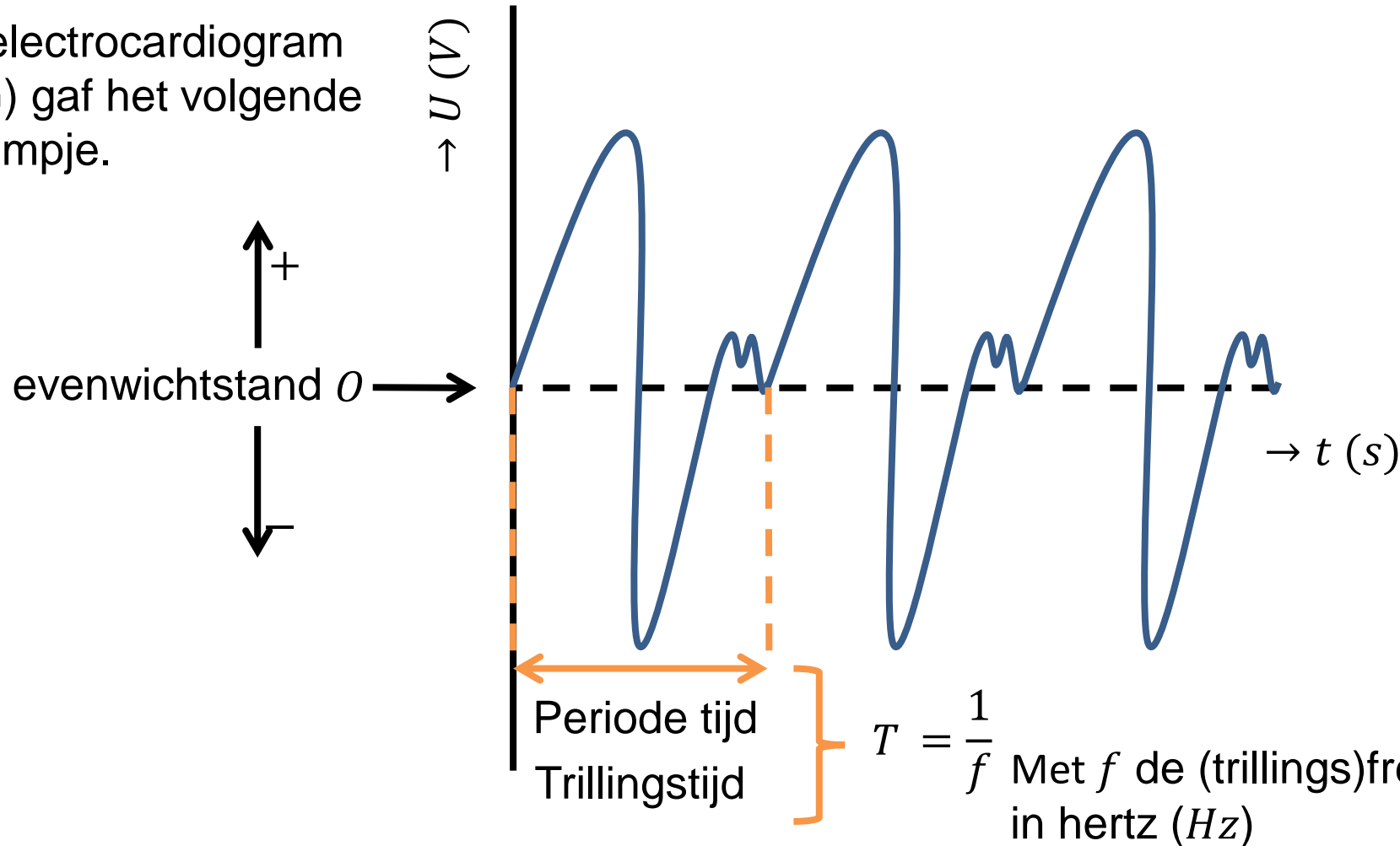
Gemaakt als toevoeging op methode "Natuurkunde Overal"

4.1 Eigenschappen van trillingen

= *periodiek verschijnsel rond een evenwichtsstand*

Harmonische trilling

Een electrocardiogram (ECG) gaf het volgende hartfilmpje.



Rekenvoorbeeld

De frequentie wordt uitgedrukt in Hz (s^{-1}). Bereken de trillingstijd van de onderstaande frequenties.

$$1) f = 50\text{Hz}$$

$$1) T = \frac{1}{50} = 0,02s = 20ms$$

$$2) f = 125\text{kHz}$$

$$2) T = \frac{1}{125000} = 8 * 10^{-6} = 8\mu s$$

$$3) f = 10\text{Mhz}$$

$$3) T = \frac{1}{10000000} = 1 * 10^{-7} = 0,1\mu s$$

$$4) f = 0,011\text{Hz}$$

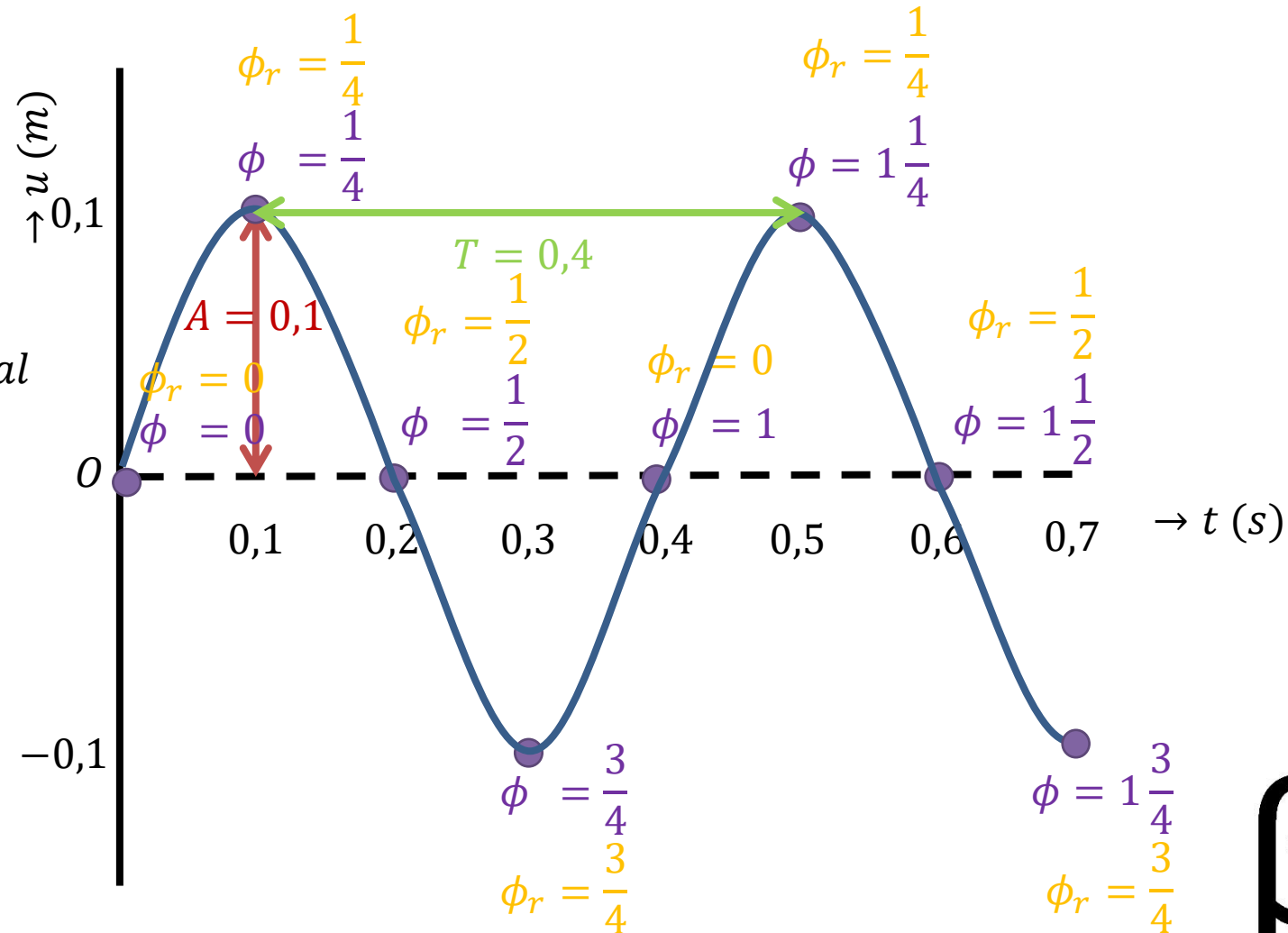
$$4) T = \frac{1}{0,011} = 90,9s \approx 1,5min$$

Harmonische trilling

= trilling die zichzelf steeds herhaalt, waarbij wrijving verwaarloosd wordt

$$\phi = \frac{\Delta t}{T} = ft$$

$\phi_r = \phi - \text{geheel getal}$



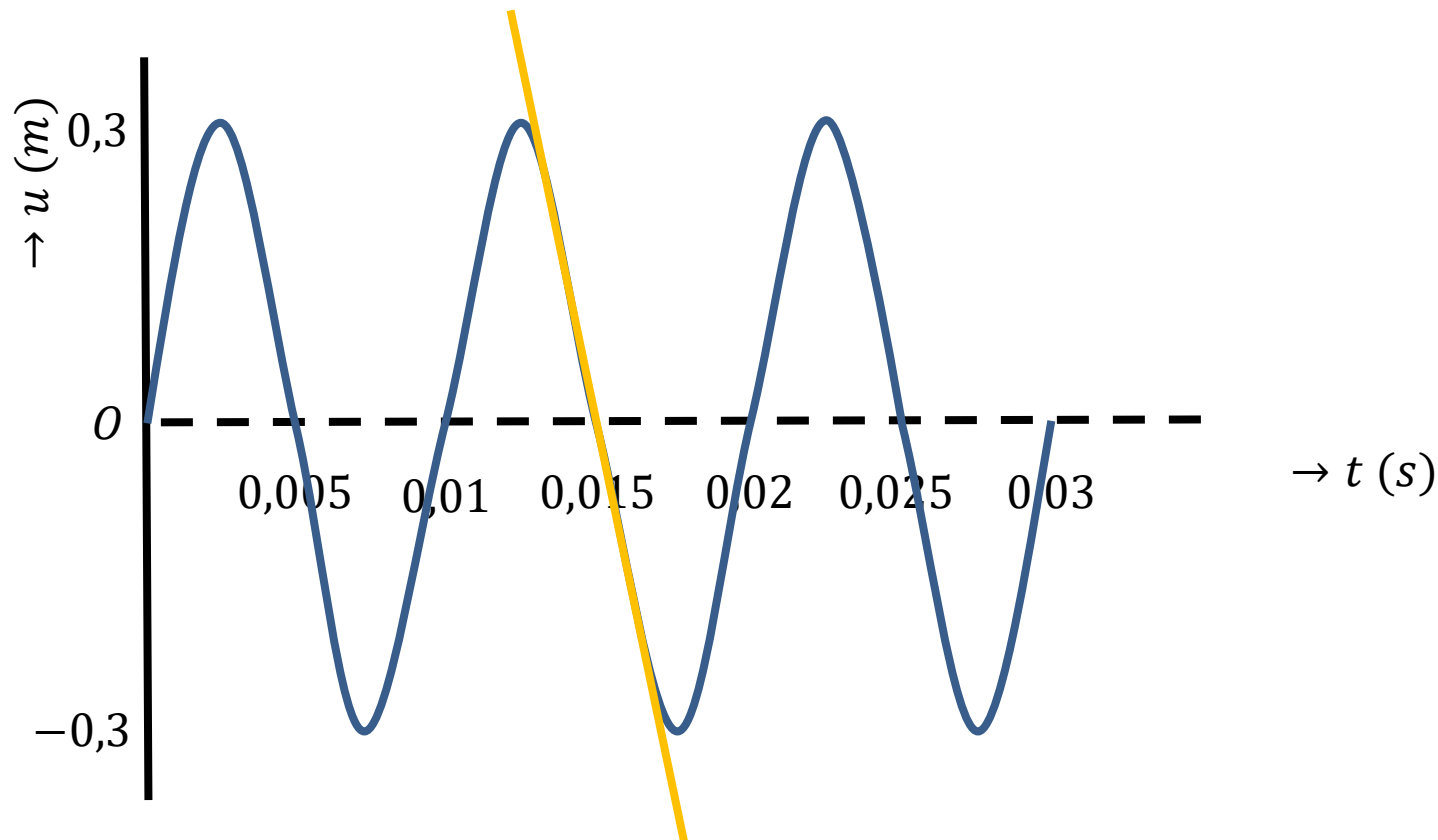
4.2 Trillingen in diagrammen en formules

Rekenvoorbeeld

- a) Teken een harmonische trilling met een amplitude van 3,0dm, met een frequentie van 100Hz, waarbij 3 periodes zichtbaar zijn.
- b) Bepaal uit je grafiek de maximale snelheid.

Rekenvoorbeeld

- a) Teken een harmonische trilling met een amplitude van 3,0dm, met een frequentie van 100Hz, waarbij 3 periodes zichtbaar zijn.
- b) Bepaal uit je grafiek de maximale snelheid.



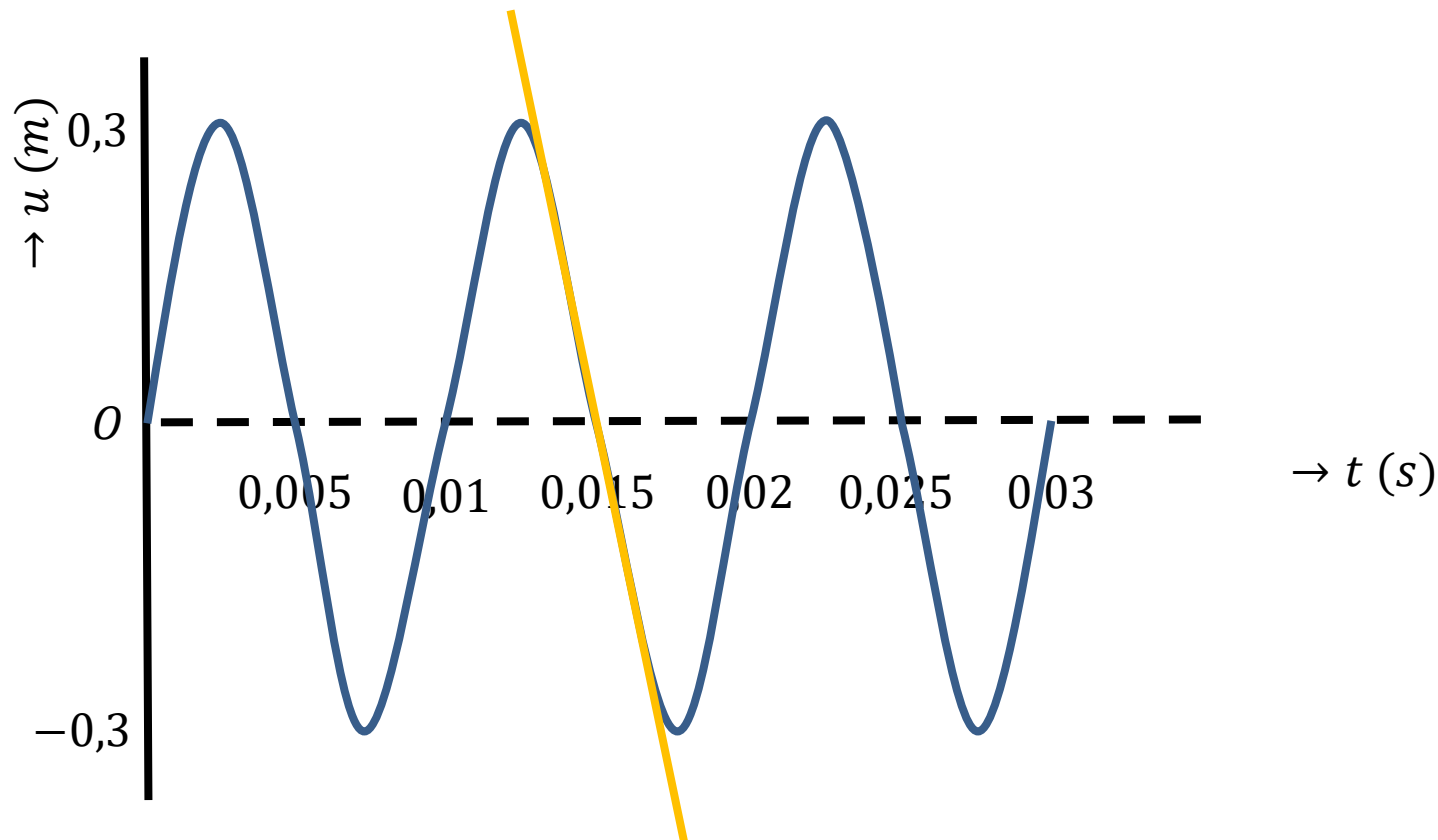
$$A = 3 \text{ dm} = 0,3 \text{ m}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ s}$$

$$v_{max} = \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$
$$\approx \frac{-0,3 - 0,3}{0,017 - 0,013}$$
$$\approx -2 \cdot 10^2 \text{ m/s}$$

Rekenvoorbeeld

- Teken een harmonische trilling met een amplitude van 3,0dm, met een frequentie van 100Hz, waarbij 3 periodes zichtbaar zijn.
- Bepaal uit je grafiek de maximale snelheid.
- Controleer de maximale snelheid met behulp van een berekening.



$$A = 3dm = 0,3m$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0,01s$$

$$v_{max} = \left(\frac{\Delta u}{\Delta t} \right)_{\text{raaklijn}}$$

$$\approx \frac{-0,3 - 0,3}{0,017 - 0,013}$$

$$\approx -2 \cdot 10^2 m/s$$

$$v_{max} = 2\pi f A = 2\pi \cdot 100 \cdot 0,30 \\ = 1,9 \cdot 10^2 m/s$$

4.3 Damping en resonantie

Eigenfrequentie

= frequentie waarin een voorwerp het liefste trilt



[Tacoma bridge](#)

Resonantie

= het meetrillen van een voorwerp door een trilling van buitenaf, omdat de frequentie van de trilling gelijk is aan de eigenfrequentie van het voorwerp.

Trillingstijd bij harmonische oscillator

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Met:

T de trillingstijd in seconde (s)

m de massa van het voorwerp in kilogram (kg)

C de veerconstante in newton per meter (N/m)

Rekenvoorbeeld krachten bij trillingen

Aan het plafond hangt een veer met lengte $L_0 = 16\text{cm}$. Er wordt een gewicht aan gehangen met $m = 204\text{g}$. De veer heeft een veerconstant $C = 25\text{N/m}$. De veer met de massa wordt 6cm naar beneden getrokken.

Maak een schets van één hele trilling, waarbij je ervan uit mag gaan dat het massaveersysteem zich als een harmonische oscillator gedraagt. Geef op 4 kenmerkende punten de uitwijking, uitrekking en de werkende krachten op de massa weer en bereken de trillingstijd.

Rekenvoorbeeld krachten bij trillingen

Aan het plafond hangt een veer met lengte $L_0 = 16\text{cm}$. Er wordt een gewicht aan gehangen met $m = 204\text{g}$. De veer heeft een veerconstant $C = 25\text{N/m}$. De veer met de massa wordt 6cm naar beneden getrokken.

Maak een schets van één hele trilling, waarbij je ervan uit mag gaan dat het massaveersysteem zich als een harmonische oscillator gedraagt. Geef op 4 kenmerkende punten de uitwijking, uitrekking en de werkende krachten op de massa weer en bereken de trillingstijd.

$$L_0 = 16\text{cm} = 0,16\text{m}$$

$$m = 204\text{g} = 0,204\text{kg}$$

$$C = 25\text{N/m}$$

$$u = 6\text{cm} \quad \text{Uitwijking}$$

$$u = 8\text{cm} \quad \text{Uitrekking}$$

Uitrekking van de veer in ev-stand:

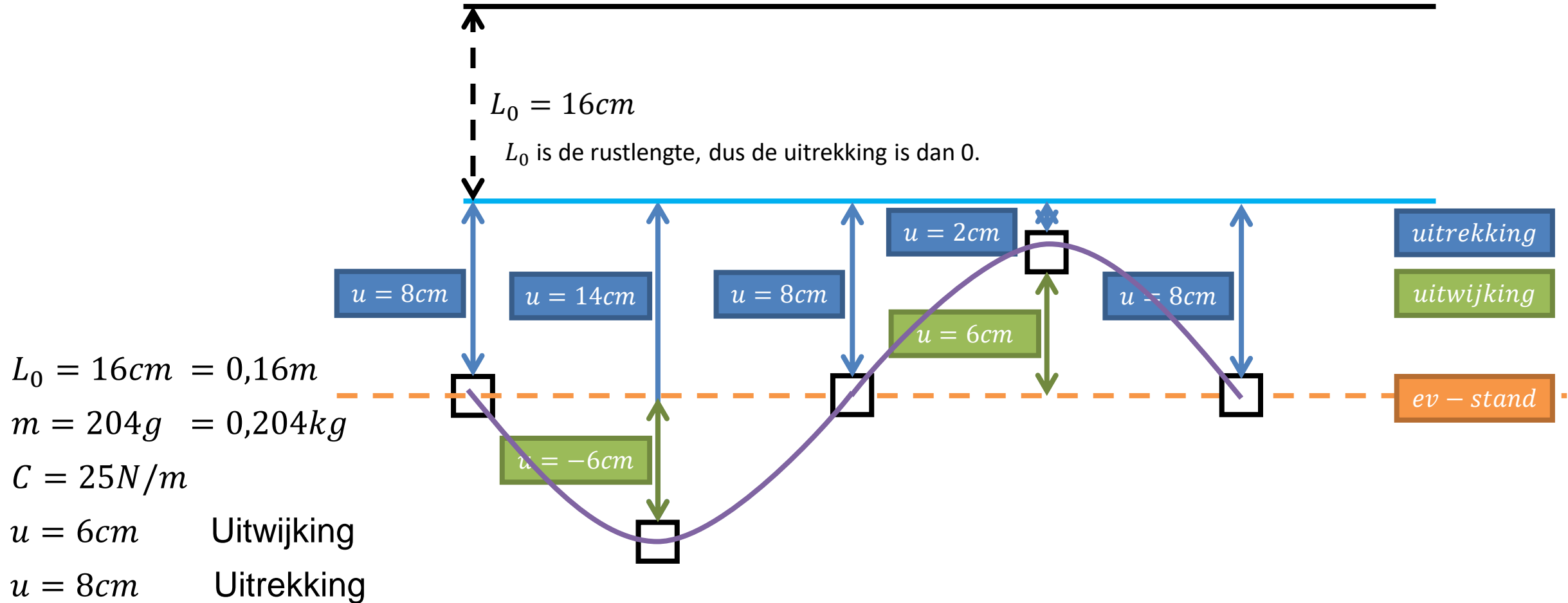
$$F_v = F_z$$

$$Cu = mg$$

$$u = \frac{mg}{C}$$

$$u = \frac{0,204 \cdot 9,81}{25} \approx 8\text{cm}$$

Rekenvoorbeeld krachten bij trillingen



Rekenvoorbeeld krachten bij trillingen

F_{res} is evenwijdig met en tegengesteld aan de uitwijking

F_{res} wijst altijd naar de evenwichtsstand.

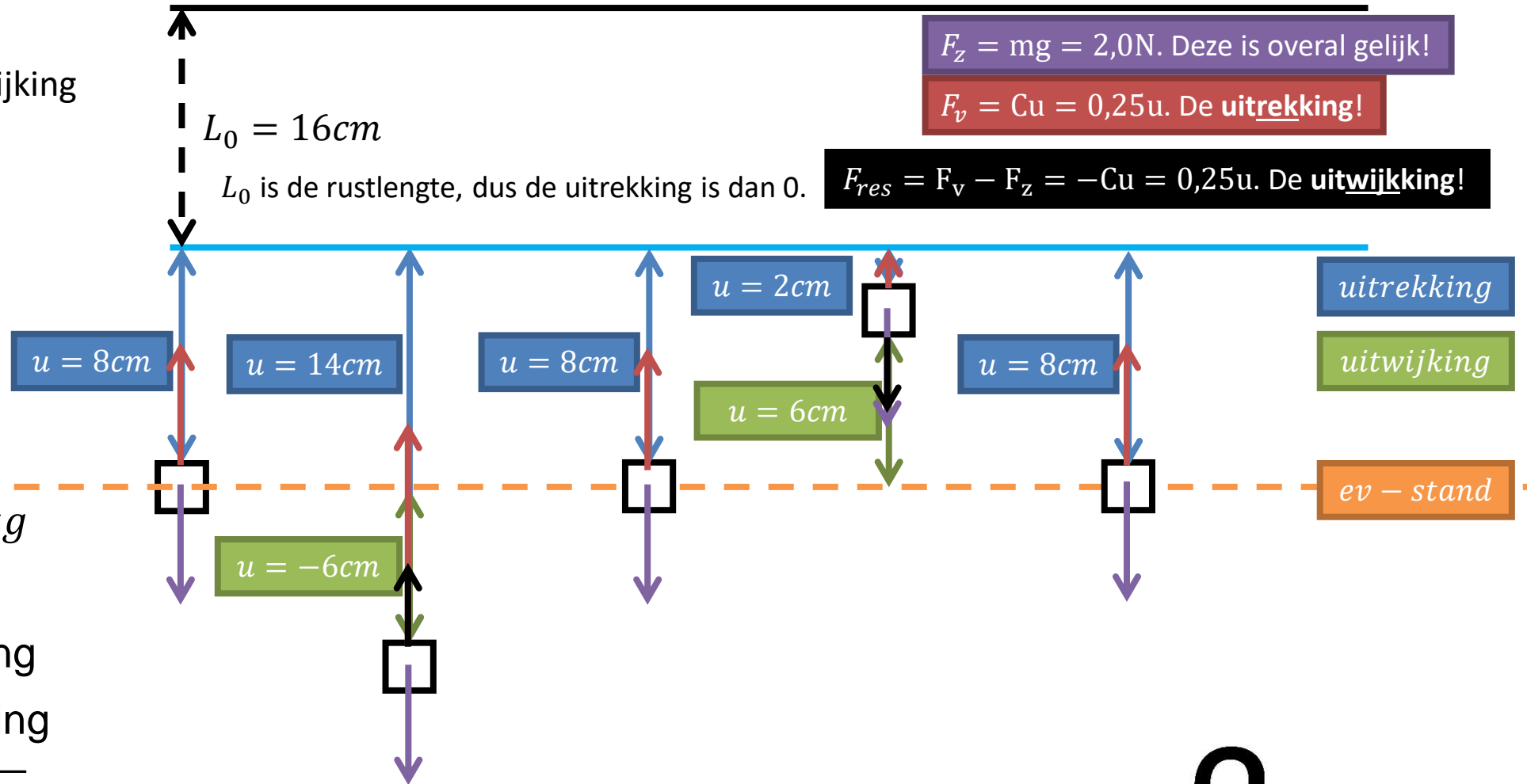
$$L_0 = 16\text{cm} = 0,16\text{m}$$

$$m = 204\text{g} = 0,204\text{kg}$$

$$C = 25\text{N/m}$$

$u = 6\text{cm}$ Uitwijking
 $u = 8\text{cm}$ Uitrekking

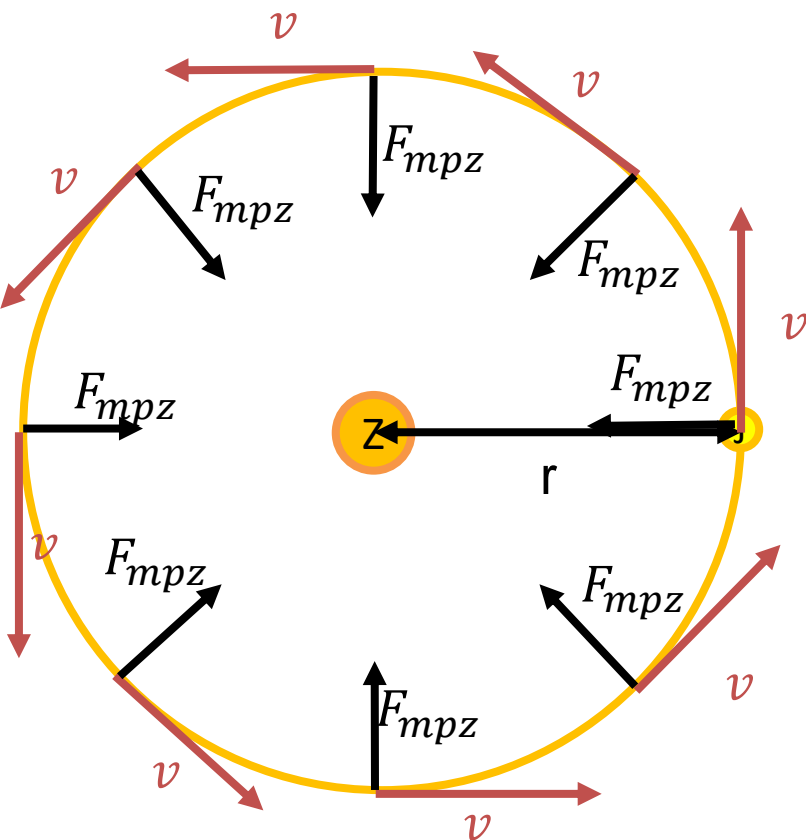
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,204}{25}} \approx 0,57\text{s}$$



4.4 Cirkelbewegingen

Eenparige cirkelbeweging

= cirkelbeweging met constante snelheid



$$v = \frac{\text{omtrek}}{\text{tijd}} = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f$$

Met

F_{mpz} de middelpuntzoekende kracht in newton (N)

m de massa van het ronddraaiende voorwerp in kilogram (kg)

v de baansnelheid in meter per seconde (m/s)

r de straal van de baan in meter (m)

$$F_{mpz} = \frac{mv^2}{r}$$

Volgens de Wetten van Newton beweegt een voorwerp altijd in de richting van de snelheid, tenzij er een kracht op werkt.

Voor een cirkelbeweging moet er dus altijd een kracht werken, loodrecht op de bewegingsrichting. Dit is F_{mpz} .

Rekenvoorbeeld afrit snelweg

Op de autosnelweg rijdt je 120 km/h . Je neemt de afrit met een constante snelheid naar een andere snelweg zoals hieronder is aangegeven. De borden bij de autoweg geven een adviessnelheid aan van 70 km/h . De wrijvingscoëfficiënt is gelijk aan $0,80$ en de diameter van de bocht is ongeveer 160 m .

- Welke krachten werken er op de auto in de bocht?
- Bereken hoe hard een vrachtauto maximaal mag rijden in de bocht.
- Dhr. Hermans beweert dat je makkelijk harder mag rijden, omdat de bocht in werkelijkheid ook omhoog gaat. Hij zegt ook dat een vrachtauto even hard mag als een personenauto. Leg uit of hij gelijk heeft.



Rekenvoorbeeld afrit snelweg

Op de autosnelweg rijdt je 120km/h . Je neemt de afrit met een constante snelheid naar een andere snelweg zoals hieronder is aangegeven. De borden bij de autoweg geven een adviessnelheid aan van 70km/h . De wrijvingscoëfficiënt is gelijk aan $0,80$ en de diameter van de bocht is ongeveer 160m .

- Welke krachten werken er op de auto in de bocht?
- Bereken hoe hard een vrachtauto maximaal mag rijden in de bocht.
- Dhr. Hermans beweert dat je makkelijk harder mag rijden, omdat de bocht in werkelijkheid ook omhoog gaat. Hij zegt ook dat een vrachtauto even hard mag als een personenauto. Leg uit of hij gelijk heeft.



$$F_{w,rol}, F_{w,lucht}, F_{motor}$$

$$\text{In de bocht: } F_{w,rol} = F_{mpz}$$

$$f \cdot F_n = \frac{mv^2}{r}$$

$$f \cdot m \cdot g \cdot \cos(\alpha) = \frac{mv^2}{r}$$

$$f \cdot g \cdot \cos(\alpha) = \frac{v^2}{r}$$

$$f \cdot g \cdot \cos(\alpha) \cdot r = v^2$$

$$v = \sqrt{f g \cdot \cos(\alpha) \cdot r}$$

$$v = \sqrt{0,80 \cdot 9,81 \cdot \cos(0) \cdot 80}$$

$$\approx 25,06\text{m/s}$$

$$\approx 90\text{km/h}$$