

Hoofdstuk 10

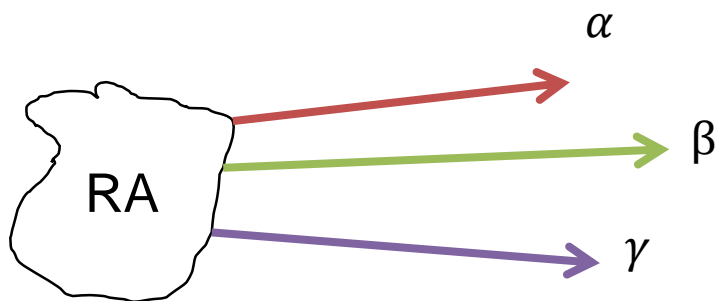
Medische beeldvorming

Gemaakt als toevoeging op methode "Overal Natuurkunde"



10.1 Elektromagnetische straling

Eigenschappen van straling (H5)



- 1) Beweegt langs rechte lijnen vanuit een bron.
- 2) Zwakker als ze verder van de bron zijn.
- 3) Kan opwarmen, zichtbaar zijn, voelbaar, door materie heen gaan of kanker veroorzaken.



Soorten straling

Deeltjes straling (H5)

α -deeltje: ${}^4_2\text{He}^{2+}$

β^- -deeltje: ${}^0_{-1}\text{e}^-$

β^+ -deeltje: ${}^0_1\text{e}^+$

Ioniserend

Fotonen (H5,H10)

γ -deeltje: ${}^0_0\gamma$

Ioniserend als het foton voldoende energie heeft.

$$E_f = h \cdot f$$

Met:

E_f de energie van het foton in joule (J)

h de constante van Planck: $6,62607 \cdot 10^{-34}$ in joule seconde ($J\cdot s$)

f de frequentie van het foton in hertz (Hz)



10 seconden vraag

In H9 heb je geleerd dat geldt: $v = f \cdot \lambda$. Wat kun je nu zeggen over de frequentie van een foton?

 A. $f = \frac{c}{\lambda}$ met c de lichtsnelheid.

B. $f = \frac{v}{\lambda}$ met v de onbekende snelheid van het foton.

C. Niets, want de formule gaat over golven en een foton is een deeltje.

D. Niets, want de massa van het foton is onbekend.

Een foton heeft geen massa en beweegt met de lichtsnelheid

10



10 seconden vraag

Gegeven $f = \frac{c}{\lambda}$ met c de lichtsnelheid. Welke uitspraak is juist?

A. Deze formule altijd geldig, want een foton heeft geen massa.

 B. Deze formule geldt alleen in vacuüm.

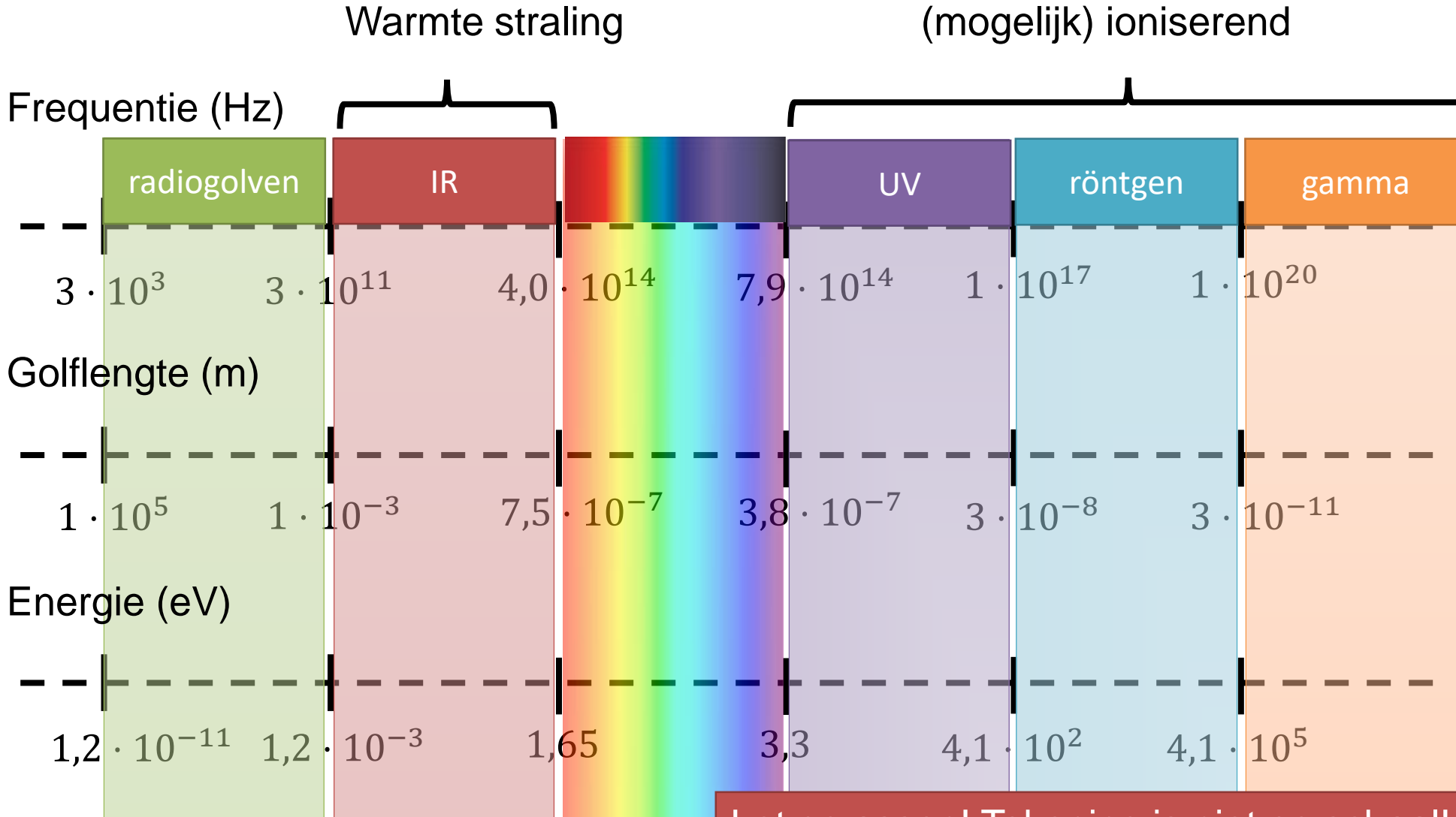
C. Deze formule is altijd geldig, want een golf gaat door ieder medium even snel.

D. Geen van de uitspraken is juist.

Maar, door lucht is de lichtsnelheid 0,03% lager, dit verwaarlozen we.

10

Elektromagnetisch spectrum (Binas T19)



Fotonen (λ, f)
 $E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Let op assen! Tekening is niet op schaal!



10 seconden vraag

Welke uitspraak is juist?

- A. Fotonen uit een rode laser hebben meer energie dan fotonen uit een blauwe laser.
- B. Fotonen uit een blauwe laser hebben meer energie dan fotonen uit een rode laser.
- C. Je kunt geen uitspraak doen over de energie van fotonen, alleen gebaseerd op de kleur.
- D. Dit hangt af van de sterkte van de laser.

Zie de voorgaande slide. $E_f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$.

$$\lambda_{blauw} \approx 380nm$$

$$\lambda_{rood} \approx 750nm$$

10



Wat heb je geleerd?

- Je kunt de energie van fotonen berekenen.
- Je weet dat we aannemen dat fotonen met de lichtsnelheid reizen.
- Je weet hoe het EM-spectrum eruit ziet.
- Je weet dat rood licht een grotere golflengte heeft dan blauw licht.

Hoofdstuk 10

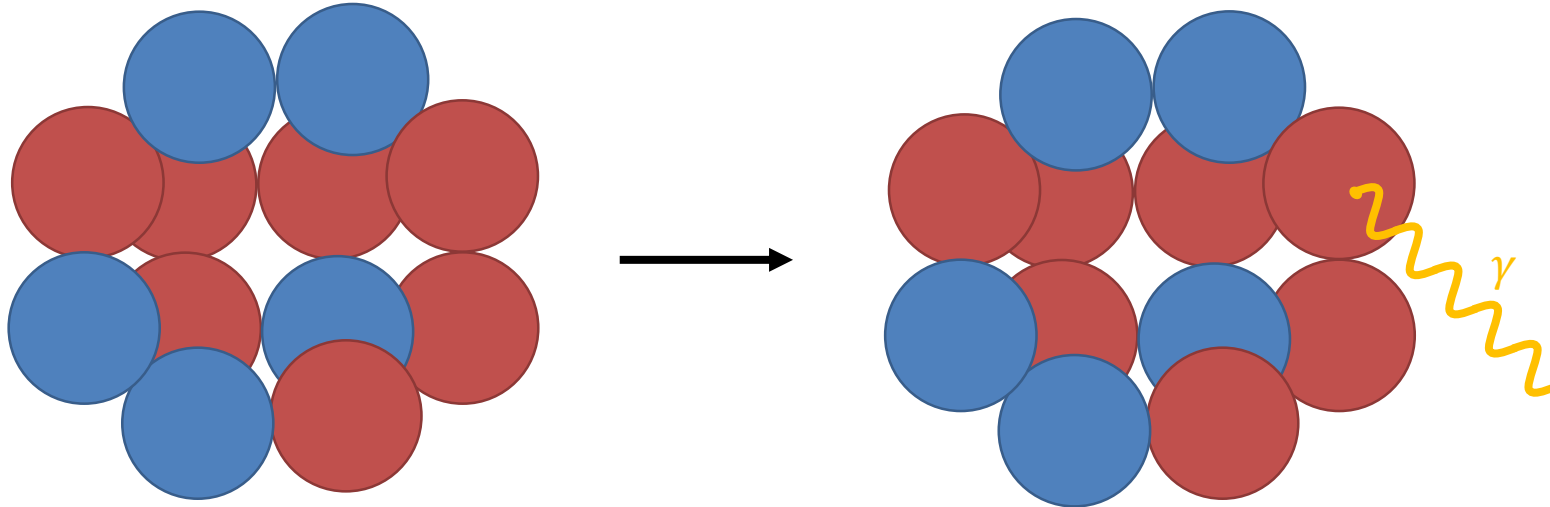
Medische beeldvorming

Gemaakt als toevoeging op methode "Overal Natuurkunde"



10.2 Straling uit kernen

Terugblik H5: Vervalreactie (blauw proton, rood neutron)



Binas T25:

$$E_{\beta-,max} = 13,4MeV$$

Binas T25:

Energie onbekend

$$\rightarrow E = mc^2$$

$${}^{12}_5\text{...} \rightarrow$$

$${}^{12}_5B \rightarrow$$

$${}^{12}_5B \rightarrow \quad + {}_{-1}^0e + {}_0^0\gamma$$

$${}^{12}_5B \rightarrow {}^{12}_6\text{...} + {}_{-1}^0e + {}_0^0\gamma$$

$${}^{12}_5B \rightarrow {}^{12}_6C + {}_{-1}^0e + {}_0^0\gamma$$

→ Binas T25!



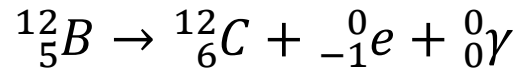
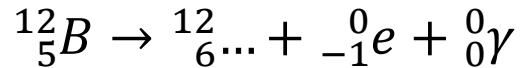
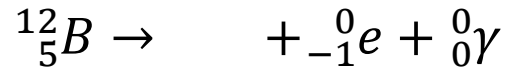
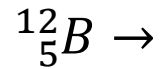
Rekenvoorbeeld verval B-12

Een B-12 kern vervalt in een β^- deeltje met een energie van $12,2\text{MeV}$ en een foton. Bereken de energie van dit foton.



Uitwerking rekenvoorbeeld verval B-12

Een B-12 kern vervalt in een β^- deeltje met een energie van $12,2\text{MeV}$ en een foton. Bereken de frequentie van dit foton.



$$E = mc^2$$

$$= 0,0138034 \cdot 1,660538921 \cdot 10^{-27} \cdot (2,99792458 \cdot 10^8)^2$$

$$= 2,0600442 \cdot 10^{-12}\text{J}$$

$$= 12,8587\text{MeV}$$

Dus foton heeft een energie van $12,86 - 12,2 = 6,60 \cdot 10^5\text{eV}$

Massa voor (Binas T25)

$$m = 12,014352u$$

Massa verdwijnt,
energie verschijnt!

$$E = mc^2$$

Massa na (Binas T25)

$$m_C + m_e = 12,000000u + 5,4857 \cdot 10^{-4}u$$

$$m_C + m_e = 12,0005486u$$

Binas T7:
 $1u = 931,49\text{MeV}$

$$\Delta m = 12,014352u - 12,0005486u = 0,0138034u$$



Annihilatie

= de botsing van een β^- -deeltje (elektron) en een β^+ -deeltje (positron), waarbij 2 fotonen ontstaan.

e^+

Rekenvoorbeeld: Wat is de golflengte van de fotonen?



e^-



Annihilatie

= de botsing van een β^- -deeltje (elektron) en een β^+ -deeltje (positron), waarbij 2 fotonen ontstaan.

Rekenvoorbeeld: Wat is de golflengte van de fotonen?

$$\Delta m = 2 \cdot 5,485799 \cdot 10^{-4}u = 1,0971598 \cdot 10^{-3}u$$

Binas T7: $1u = 931,49MeV$ geeft:

$$E = 1,022MeV$$



$$E_f = 0,511MeV$$

$$E_f = hf = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_f} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3,00 \cdot 10^8}{0,511 \cdot 1,602 \cdot 10^6 \cdot 10^{-19}}$$

$$\approx 2,4 \cdot 10^{-12}m$$



10 seconden vraag

Een elektron en positron botsen op elkaar. Wat weet je van de energie van de 2 fotonen die ontstaan?

- A. Niets.
- B. Altijd gelijk aan 511keV .
- C. Altijd kleiner of gelijk aan 511keV .
-  D. Altijd groter of gelijk aan 511keV .

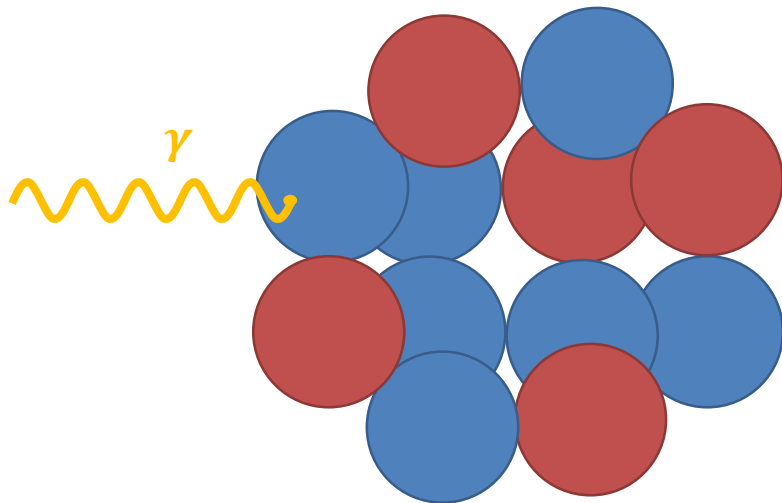
De kinetische energie van de elektronen hadden we niet meegenomen. Deze gaat niet verloren!

10



Creatie

= het ontstaan van een β^- -deeltje (elektron) en een β^+ -deeltje (positron) uit een foton.





10 seconden vraag

Je wil met een foton een positron en een elektron creëren. Wat weet je over de energie van het foton? Kies het beste antwoord.

- A. Niets.
- B. Altijd gelijk aan 511keV .
- C. Altijd kleiner of gelijk aan 511keV .
- D. Altijd groter of gelijk aan 511keV .
- E. Altijd kleiner of gelijk aan $2 \cdot 511\text{keV}$.
- F. Altijd groter of gelijk aan $2 \cdot 511\text{keV}$.



Het foton moet minimaal de energie hebben om de massa te maken, extra energie zorgt voor kinetische energie.

10



PET-scan

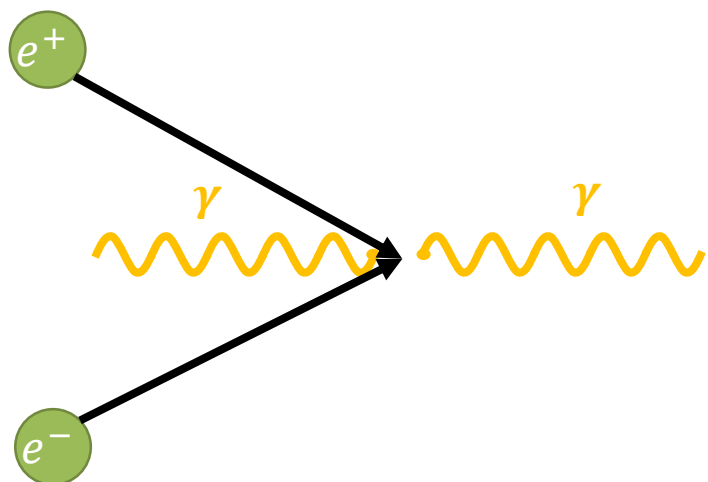
Bij een PET-scan krijg je een tracer (bv “radioactief” glucose) binnen die positronen uitzendt. Deze reageren met een elektron tot twee gamma fotonen.

De gamma fotonen worden gemeten en kankercellen kunnen ontdekt worden.

Kankercellen gebruiken namelijk veel meer glucose dan andere cellen, dus deze zullen veel meer gamma straling laten ontstaan.

Geeft lichaamsfuncties weer.

Duurt zo'n 20 minuten.





10 seconden vraag

Een PET-scan werkt op basis van:



A. Annihilatie.

B. Creatie.

C. Annihilatie en creatie.

D. Geen van de antwoorden is goed.

10



Röntgenfoto

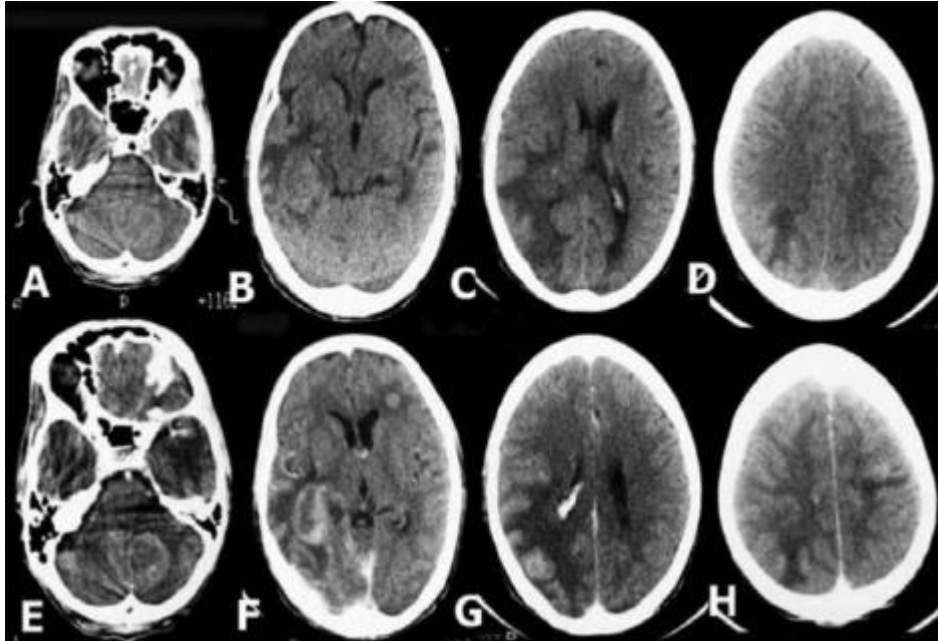


Röntgenstraling wordt veel beter opgenomen door het lichaam dan gamma straling. (de reden hiervoor leer je in H11)

Botten absorberen meer röntgenstraling dan weefsels. Als je meet hoeveel straling er over is, kun je een afbeelding maken.

Een foto is per definitie 2D.

CT-scan



Slimmere, jongere broertje van de röntgenfoto.

Röntgenfoto uit verschillende hoeken, waar de computer een 3D beeld uit maakt.

Geeft anatomie van het lichaam weer.

Duurt enkele seconden.





Wat heb je geleerd?

- Je hebt de vervalreacties van H5 herhaald.
- Je weet wat het verschil is tussen annihilatie en creatie.
- Je kunt uitleggen wat het verschil is tussen een PET-scan, röntgenfoto en een CT-scan en je kan deze technieken herkennen aan een foto.
- Je weet wat een tracer is.

Hoofdstuk 10

Medische beeldvorming

Gemaakt als toevoeging op methode "Overal Natuurkunde"



10.3 Beelden door stralingsabsorptie

Activiteit (H5)

$$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

Met

$A(t)$ de activiteit na t seconden in becquerel (Bq)

A_0 de activiteit op $t = 0$ s in becquerel (Bq)

Aantal moederkernen (H5)

= *Het aantal deeltjes dat nog kan vervallen*

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

Met

$N(t)$ het aantal instabiele kernen na t seconden

N_0 het aantal instabiele kernen op $t = 0$ s

t de tijdsduur

$t_{1/2}$ de halveringstijd

Aantal verstreken halveringstijden

De r.c. van (N,t)-diagram is dus de negatieve waarde van de activiteit!

$$\begin{aligned}
 A(t) &= -\frac{dN}{dt} = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} N(t) \\
 &= \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \\
 A(t) &= A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}
 \end{aligned}$$



Intensiteit

= De totale energie die per seconde per vierkante meter wordt doorgelaten.

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{\frac{1}{2}}}$$

Met

$I(d)$ de intensiteit na d meter in becquerel (Wm^{-2})

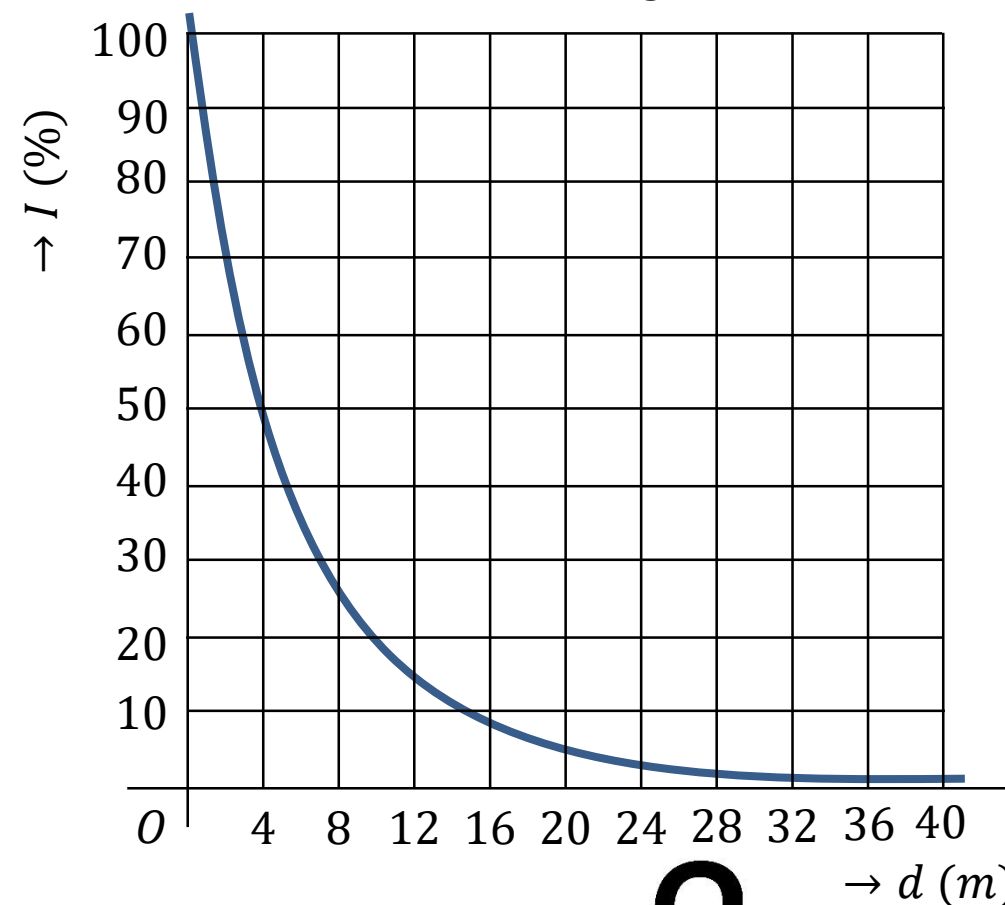
I_0 de activiteit op $d = 0m$, gelijk aan 100%

d de dikte van het materiaal

$d_{\frac{1}{2}}$ de halveringsdikte van het materiaal (Binas T28F)

Let op, d en $d_{\frac{1}{2}}$ altijd in dezelfde eenheid!


(I, d) – diagram

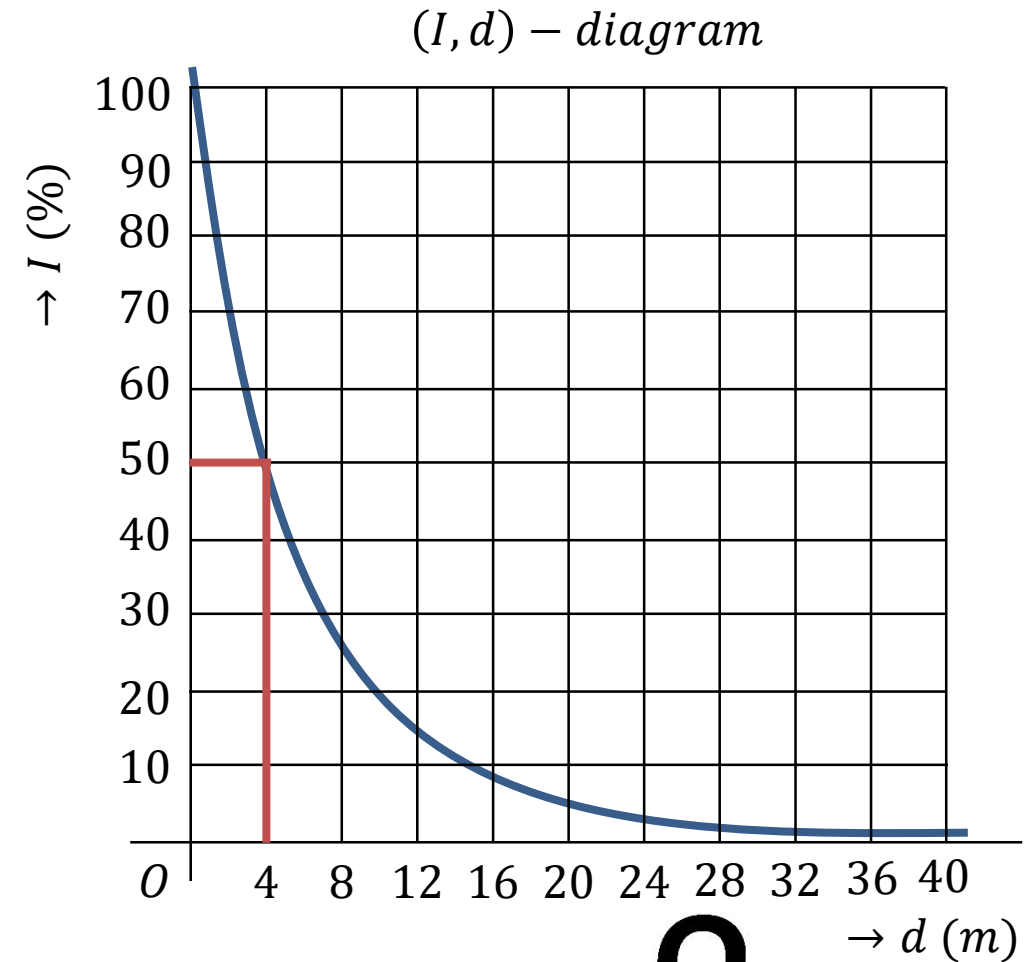




10 seconden vraag

Wat is de halveringsdikte die bij het diagram hoort?

- A. 2m  B. 4m
- C. 6m D. Het juiste antwoord staat er niet tussen.



10



10 seconden vraag

De halveringsdikte van een stof is 10cm. Hoe dik moet de stof zijn om 25% van de straling tegen te houden?



A. Minder dan 5cm.

B. 5cm.

C. Meer dan 5cm.

D. 20cm.

Als je na 5cm 25% tegenhoudt, houd je de volgende 5cm minder dan 25% tegen. Dus moet de halveringsdikte kleiner zijn.

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{1/2}}$$

$$25\% = 100\% \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{d/10}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{d/10} = 0,25$$
$$\frac{d}{10} = \frac{\ln(0,25)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \approx 0,415$$

$$d \approx 4,15\text{cm}$$

10



Omschrijven van formule

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{1/2}}$$

$$\frac{I(d)}{I_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{1/2}}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{1/2}} = \frac{I(d)}{I_0}$$

$$\log\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{1/2}}\right) = \log\left(\frac{I(d)}{I_0}\right)$$

$$\frac{d}{d_{1/2}} \cdot \log\left(\left(\frac{1}{2}\right)^1\right) = \log\left(\frac{I(d)}{I_0}\right)$$

$$\rightarrow \frac{d}{d_{1/2}} = \frac{\log\left(\frac{I(d)}{I_0}\right)}{\log\left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$2^x = 8$$

$$\log(2^x) = \log(8)$$

$$x \cdot \log(2^1) = \log(8)$$

$$x \cdot \log(2) = \log(8)$$

$$x = \frac{\log(8)}{\log(2)}$$

$$x = 3$$

$$\log(a^b) = b \cdot \log(a)$$



Rekenvoorbeeld afvalcontainer

Radioactief afval kan worden opgeslagen in ijzeren boxen. De halveringsdikte van ijzer is 1,5cm bij gammastraling van 1,0MeV. Om kosten te besparen, wil een bedrijf de dikte van de wand terugbrengen van 25cm naar 15cm.

Bereken met welke factor de intensiteit zou toenemen als de wanddikte van 15cm in plaats van 25cm zou zijn.



Uitwerking rekenvoorbeeld afvalcontainer

Radioactief afval kan worden opgeslagen in ijzeren boxen. De halveringsdikte van ijzer is 1,5cm bij gammastraling van 1,0MeV. Om kosten te besparen, wil een bedrijf de dikte van de wand terugbrengen van 25cm naar 15cm.

Bereken met welke factor de intensiteit zou toenemen als de wanddikte van 15cm in plaats van 25cm zou zijn.

Optie 1: Beide uitrekenen

$$I(d) = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_1}$$

$$I(25) = 100\% \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{25/1,5} \approx 9,61 \cdot 10^{-4}\%$$

$$I(15) = 100\% \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15/1,5} \approx 9,76 \cdot 10^{-2}\%$$

$$factor = \frac{I(15)}{I(25)} \approx \frac{9,76 \cdot 10^{-2}}{9,61 \cdot 10^{-4}} \approx 1,0 \cdot 10^2$$

Optie 2: Slim nadenken

De intensiteit van de dikkere is dus een factor

$$\frac{1}{2}^{10/1,5} \approx 9,84 \cdot 10^{-3} \text{ keer zo klein als de dunnere.}$$

De factor waarmee de straling toeneemt is dus

$$factor = \frac{1}{9,84 \cdot 10^{-3}} \approx 1,0 \cdot 10^2$$



Wat heb je geleerd?

- Je hebt de activiteit en het aantal moederkernen van H5 herhaald.
- Je weet hoe de intensiteit van straling bepaald wordt door de halveringsdikte van een stof.
- Je kent de rekenregels voor logaritmes en kunt formules omschrijven door gebruik te maken van de balansmethode.
- Je kunt de halveringsdikte bepalen uit een (I, d) -diagram.

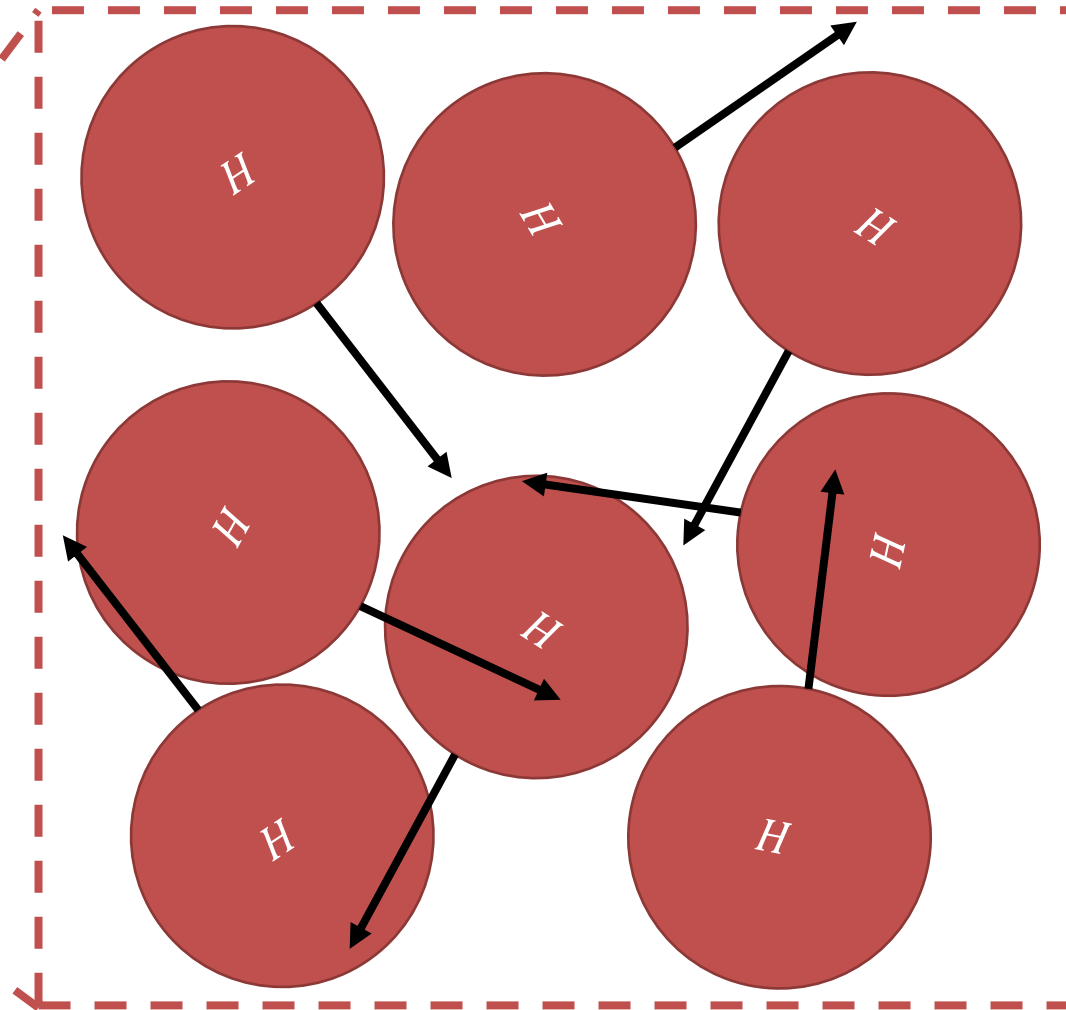
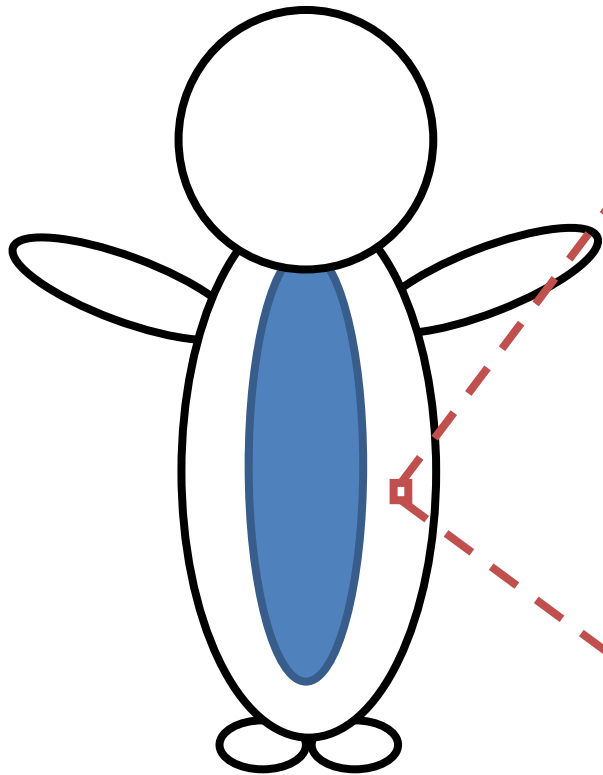
Hoofdstuk 10

Medische beeldvorming

Gemaakt als toevoeging op methode "Overal Natuurkunde"

10.4 MRI

Menselijk lichaam



Netto veld: 0T

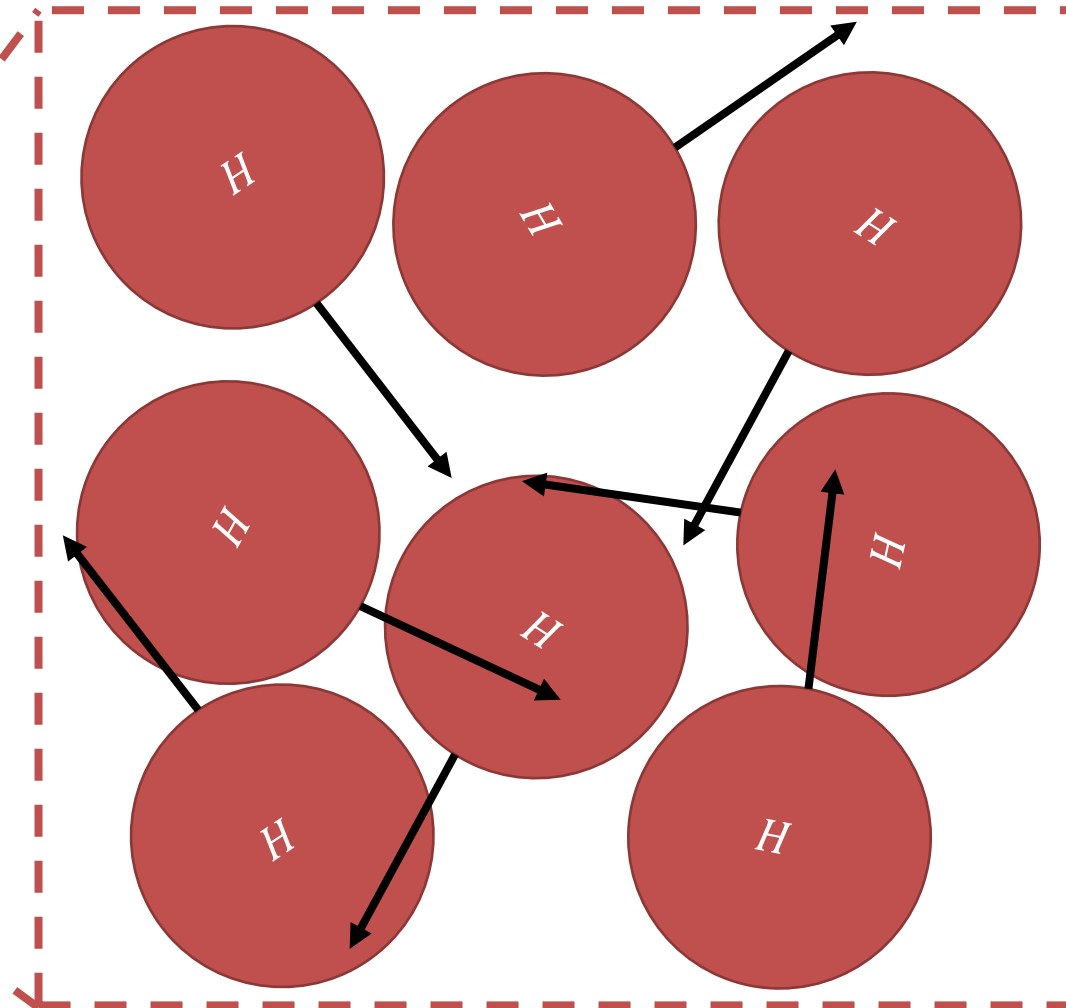
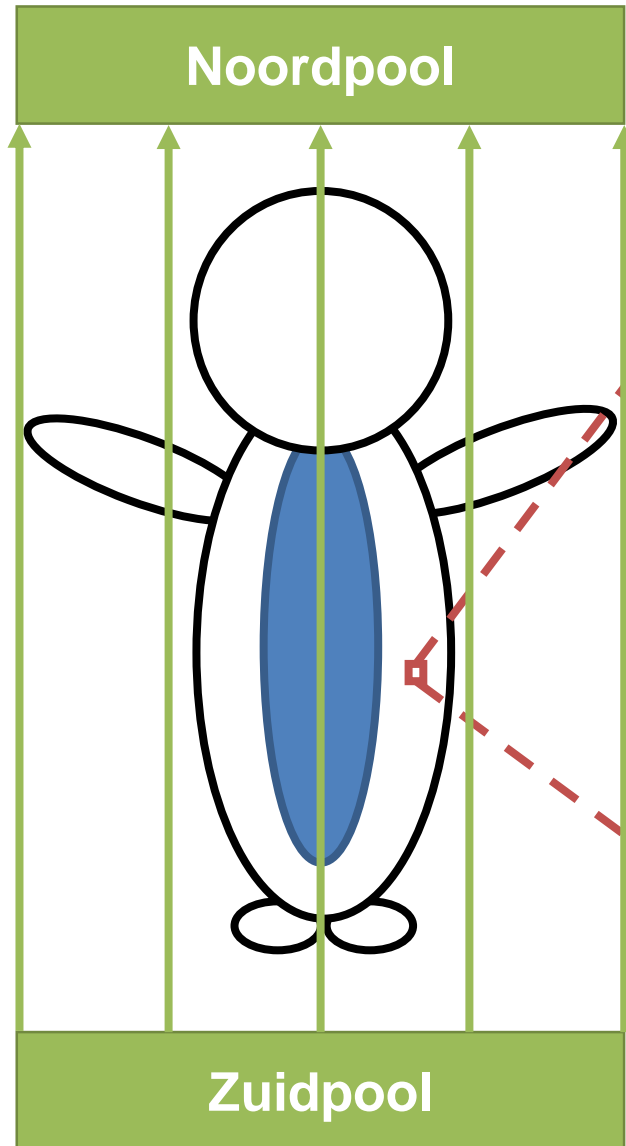
Waterstof atomen hebben kinetische energie:

- Trillen
- Roteren (spin)

Ze zijn ook magnetisch.



MRI



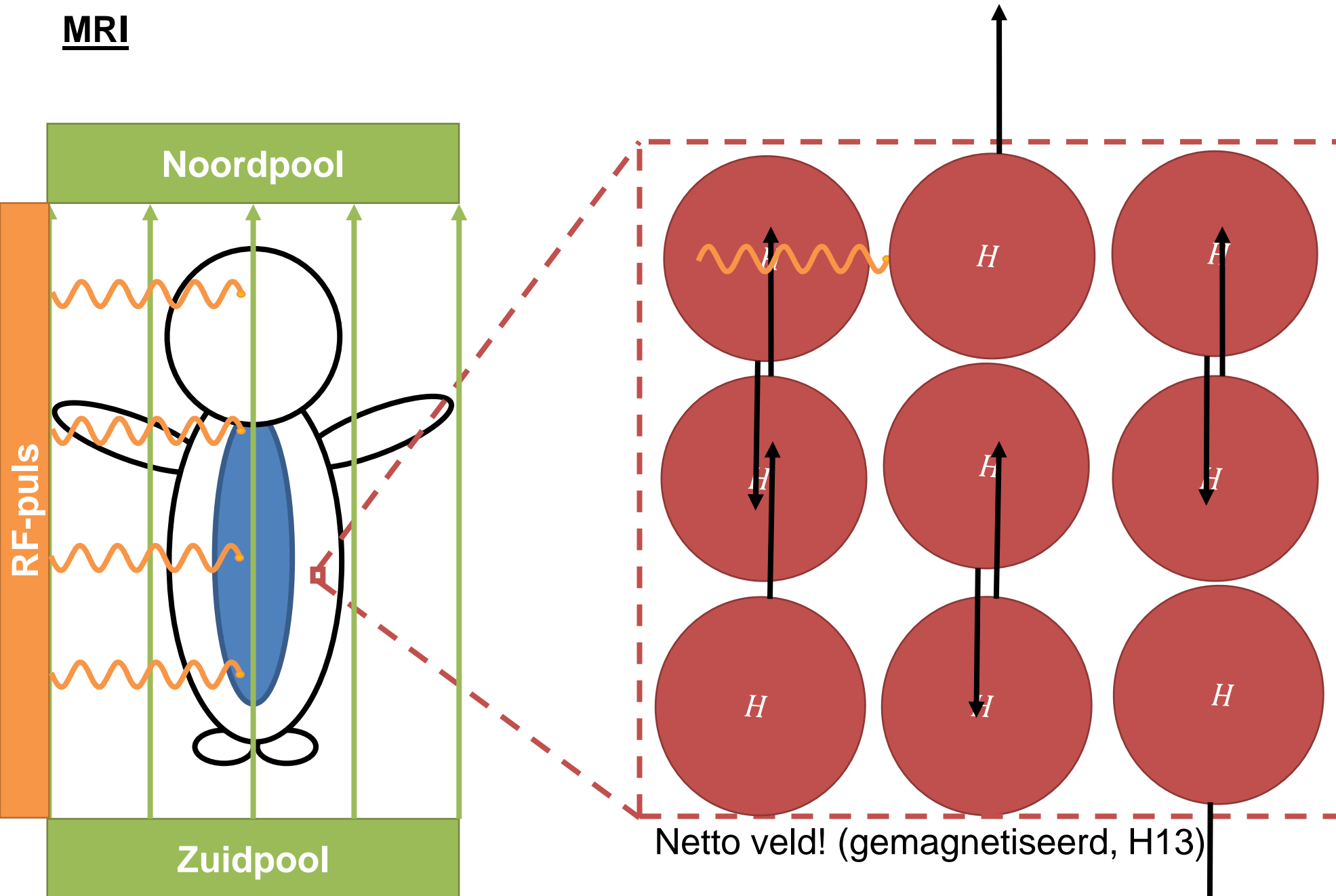
Netto veld: 0T

Waterstof atomen hebben kinetische energie:

- Trillen
- Roteren (spin)

Ze zijn ook magnetisch.

MRI

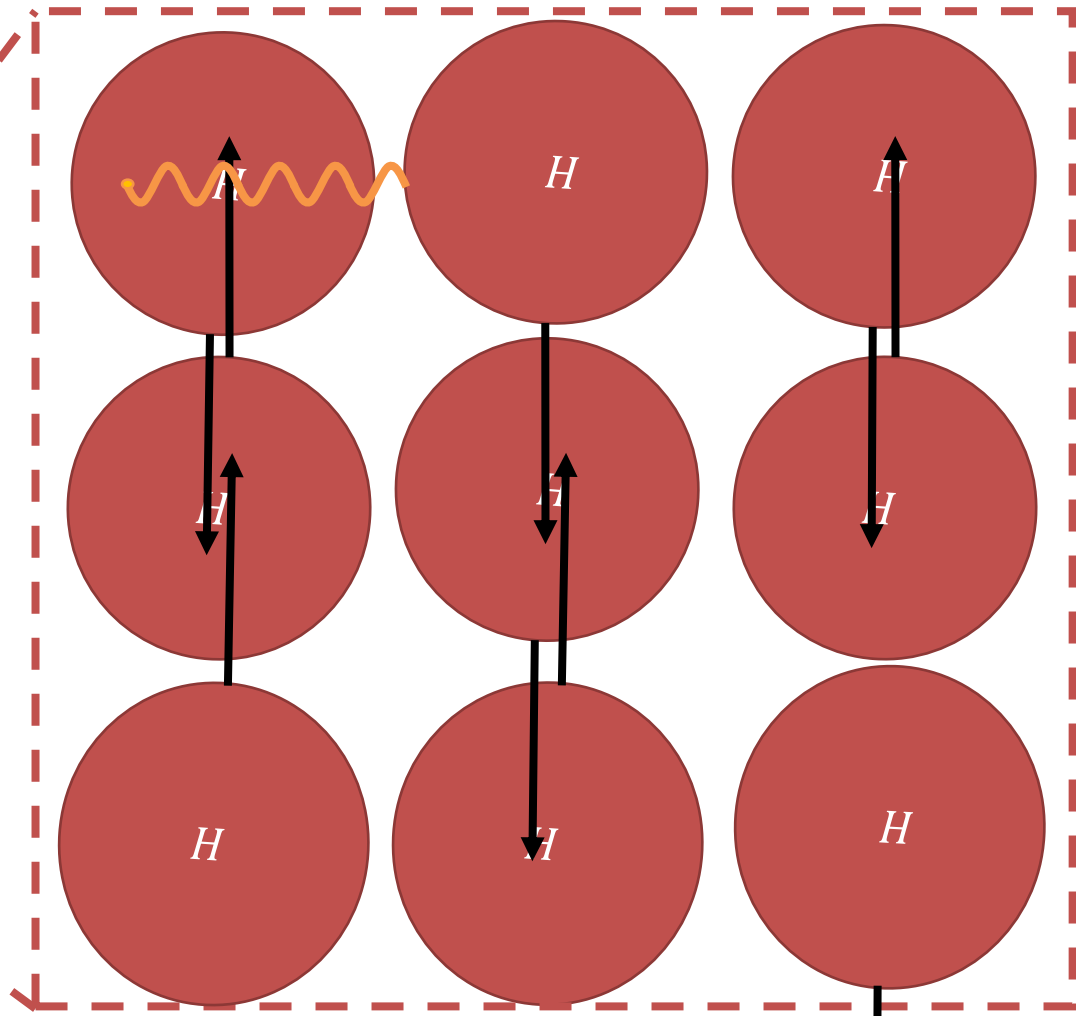
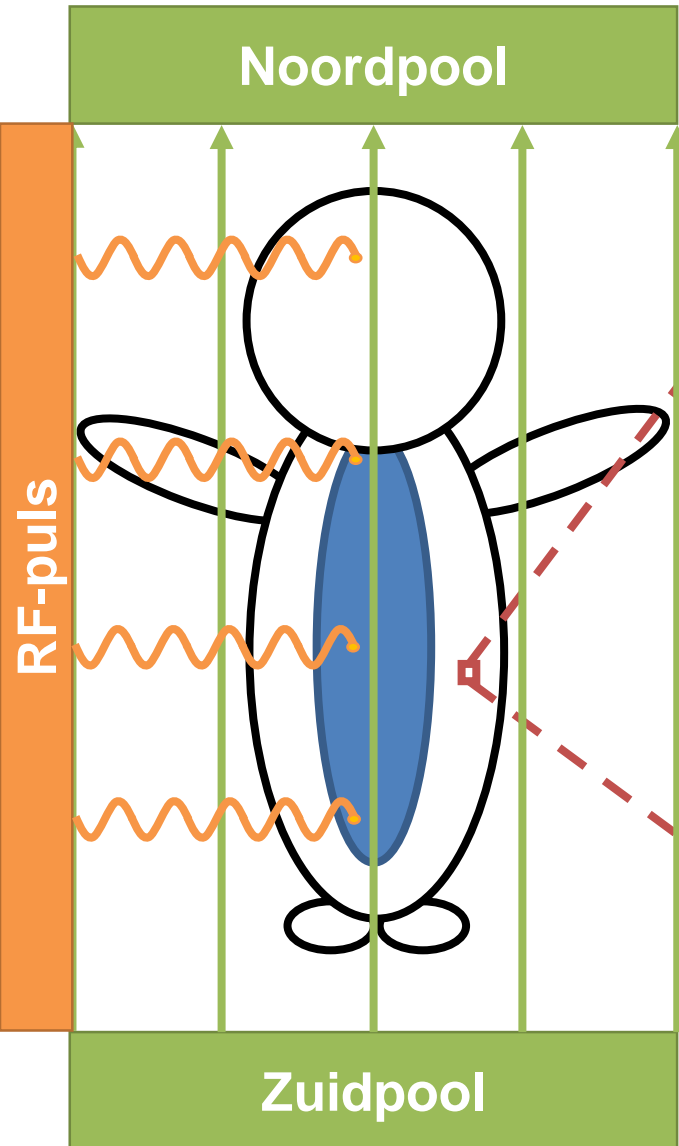


Waterstof atomen richten zich naar het magneetveld.

Iets meer dan de helft heeft "spin up" (laagste energie), de rest "spin down" (hoogste energie).

Het waterstof atoom neemt een puls volledig op. Daardoor krijgt deze meer energie.

MRI



Netto veld verandert!

De veld verandering in x- en y-richting kan worden gemeten.

Als we geen pulsen meer genereren, zal het proton terugvallen naar zijn laagste energie toestand en een foton emitteren.

Ook dit kunnen we meten.



10 seconden vraag

Welk van de onderstaande uitspraken is juist?

- A. In een magnetisch veld richten de waterstof moleculen zich door hun dipoolmoment.
- B. In een MRI draait de spinrichting om van alle waterstof moleculen door een RF-puls.
- C. Zowel A en B zijn juist.
- D. A en B zijn beide onjuist.



A: Zeker niet, dipoolmoment heeft te maken met coulomb krachten (zie elektriciteit, H12)

Magnetiseerbaarheid heeft met de elektronen in de buitenste rand te maken. (quantummechanica, te moeilijk uit te leggen en geen examenstof)

B: De RF-puls in een MRI, exciteert slechts een klein deel van alle waterstof moleculen.

(Bij 1,5T, 9 moleculen op 2 miljoen, maar ook $\pm 10^{27}$ water moleculen in je lichaam)

10



MRI – samenvattend



Alleen fotonen met een specifieke energie kunnen door een atoom worden opgenomen. (zie H11)

Deze energie is ook afhankelijk van het magnetische veld in de MRI. Algemeen geldt:

- Hoe sterker het veld, hoe meer energie de RF-puls moet hebben.
- Hoe sterker het veld, hoe meer protonen in de lage energie toestand zitten (spin up), en hoe meer er kunnen worden geëxciteerd.

Voordelen

- Geen ioniserende straling.
- 3D beelden.
- Geen schadelijke bijwerkingen.

Nadelen

- Duur.
- Duurt relatief lang (30min-2h).
- Je moet stil liggen en apparaat maakt veel lawaai.
- Je mag geen magnetische voorwerpen in je lichaam hebben.

MRI – wat nog niet besproken?



Shieldingspoelen aan buitenkant: Deze creëren een tegengesteld magneetveld, zodat het magneetveld buiten de MRI zeer klein is.

Gradiëntspoelen: Hiermee kun je het magneetveld lokaal aanpassen, om verschillen tussen delen beter zichtbaar te maken.

Spoel: De spoelen voor de MRI zijn gemaakt van **supergeleidend** materiaal. De weerstand hiervan is 0 (**echt 0**, niet bij benadering), waardoor hoge veldsterktes bereikt kunnen worden. Hiervoor moet het wel gekoeld worden met vloeibaar stikstof.



Wat heb je geleerd?

- Je weet wat een MRI is en je kunt uitleggen hoe deze werkt.
- Je weet wat dat een MRI een grote elektromagneet gebruikt die gemaakt is van supergeleidend materiaal.
- Je weet dat een MRI voornamelijk werkt door waterstofkernen en protonen te meten.
- Je kunt verschillende voor en nadelen van een MRI opnoemen.

Hoofdstuk 10

Medische beeldvorming

Gemaakt als toevoeging op methode "Overal Natuurkunde"



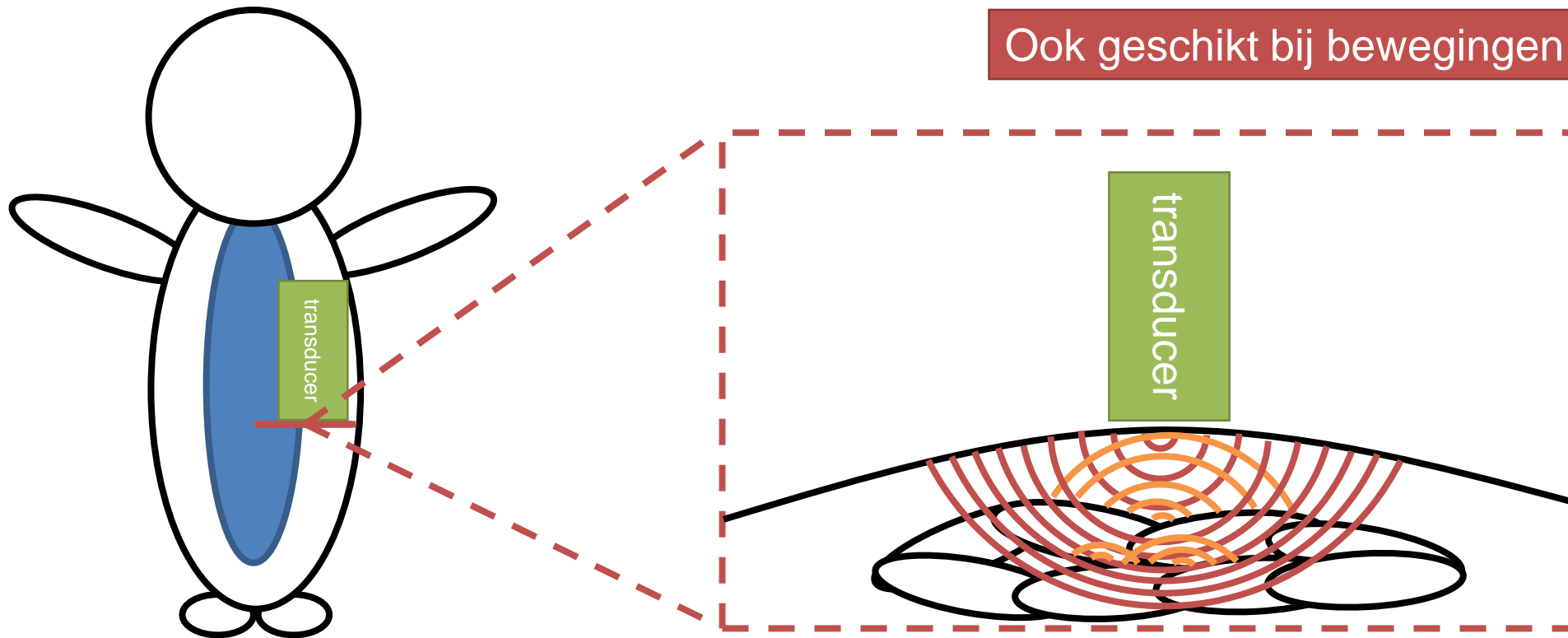
10.5 Medische beelden

Echografie

= het gebruik van ultrasone geluidsgolven om een beeld te maken.

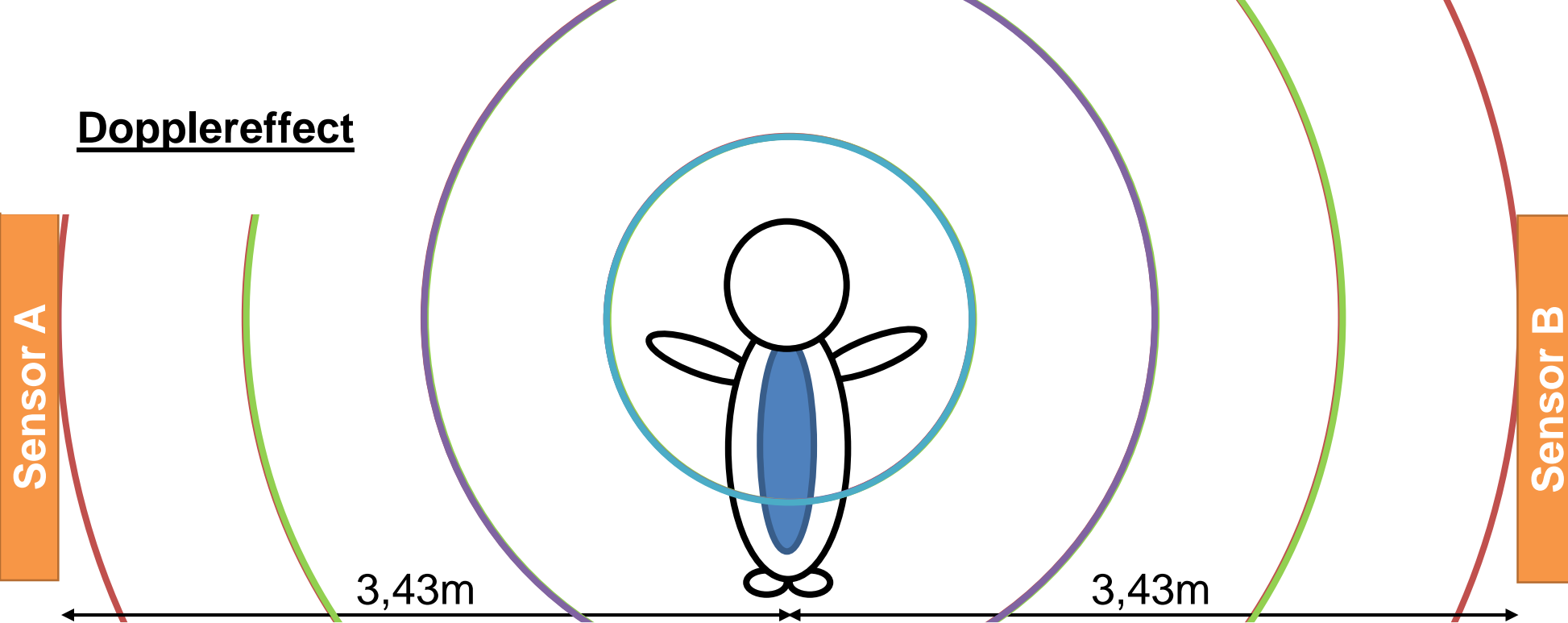
De verzonden golf beweegt door alles heen, en wordt steeds deels teruggekaatst. Wel zal de snelheid veranderen afhankelijk van het medium, zoals je geleerd hebt in H9.

Ook geschikt bij bewegingen in het lichaam!





Dopplereffect



Hoofdstuk 9:

$$f_{stem} \approx 100\text{Hz (man)}$$

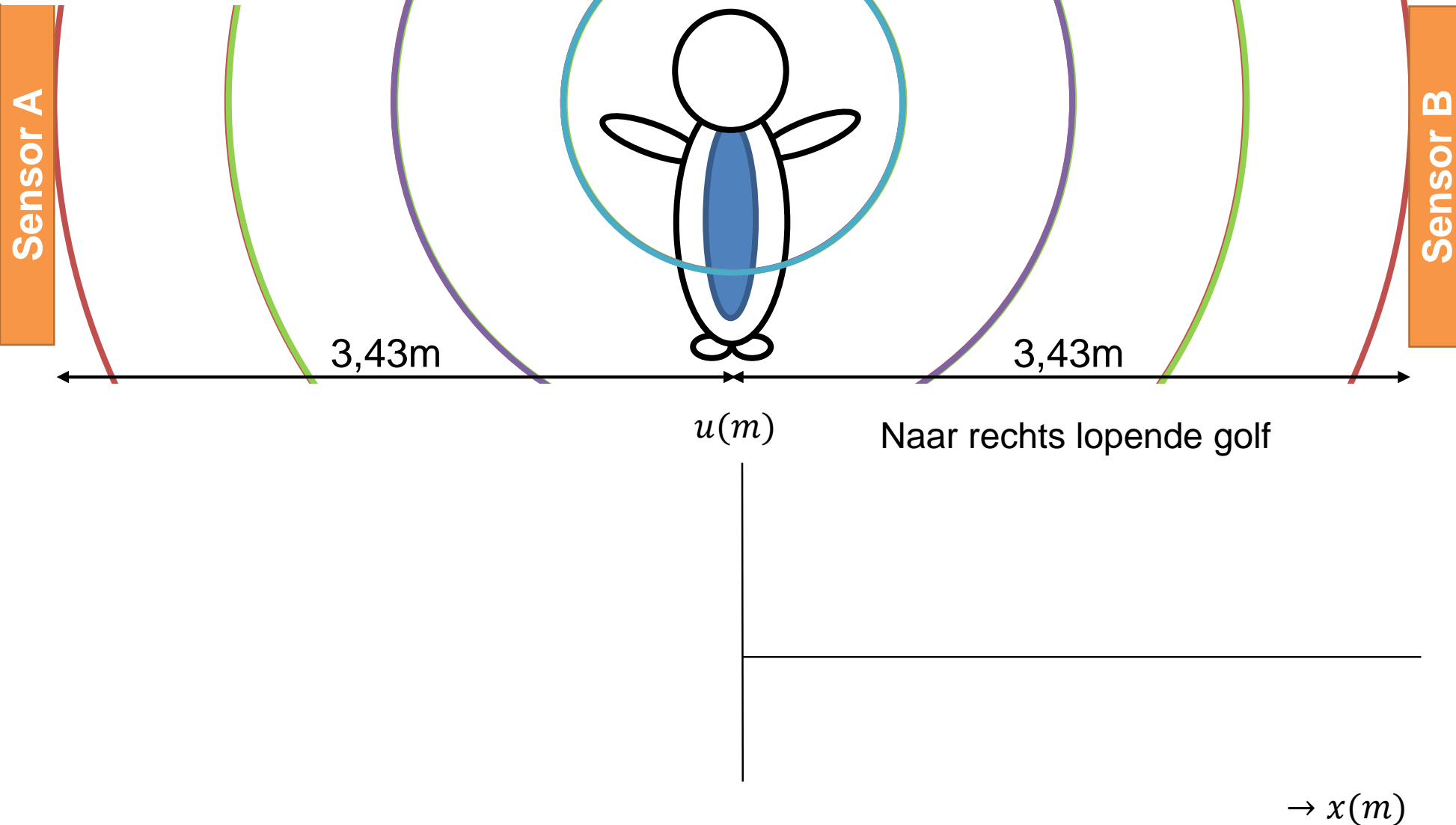
$$\lambda = \frac{v_g}{f} = \frac{343}{100} = 3,43\text{m}$$

Hoofdstuk 1:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3,43}{343} = 0,01\text{s} = T$$



Dopplereffect



Hoofdstuk 9:

$$f_{stem} \approx 100Hz \text{ (man)}$$

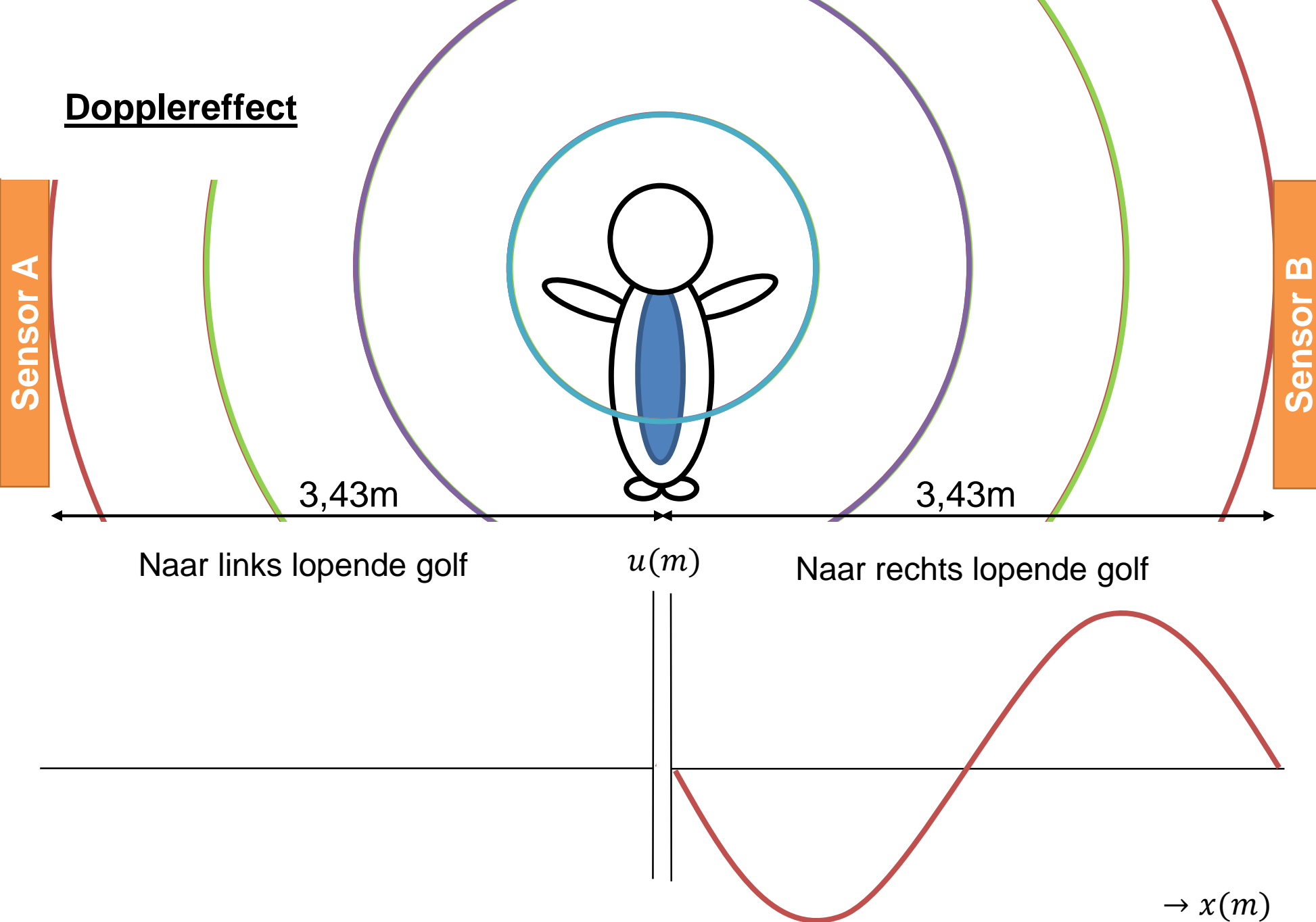
$$\lambda = \frac{v_g}{f} = \frac{343}{100} = 3,43m$$

Hoofdstuk 1:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3,43}{343} = 0,01s = T$$



Dopplereffect



Hoofdstuk 9:

$$f_{stem} \approx 100\text{Hz (man)}$$

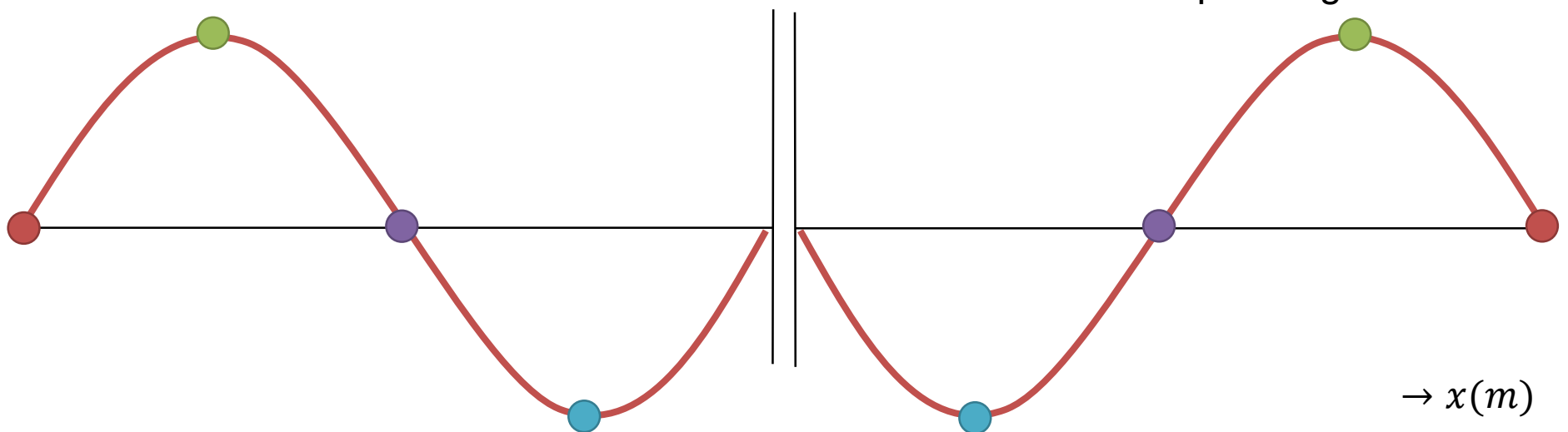
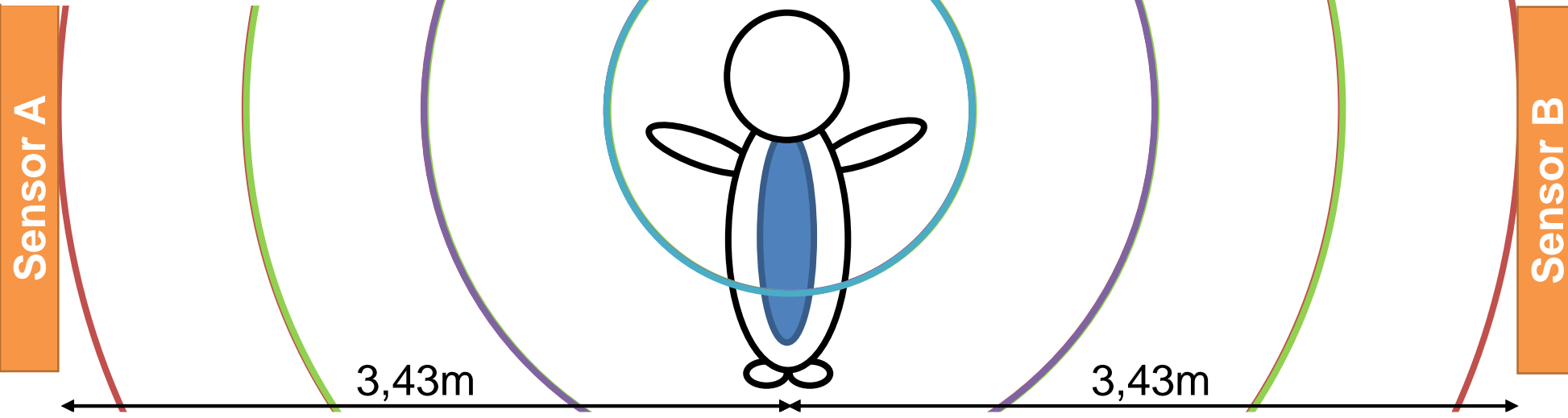
$$\lambda = \frac{v_g}{f} = \frac{343}{100} = 3,43\text{m}$$

Hoofdstuk 1:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3,43}{343} = 0,01\text{s} = T$$



Dopplereffect



Hoofdstuk 9:

$$f_{stem} \approx 100\text{Hz (man)}$$

$$\lambda = \frac{v_g}{f} = \frac{343}{100}$$

$$= 3,43\text{m}$$

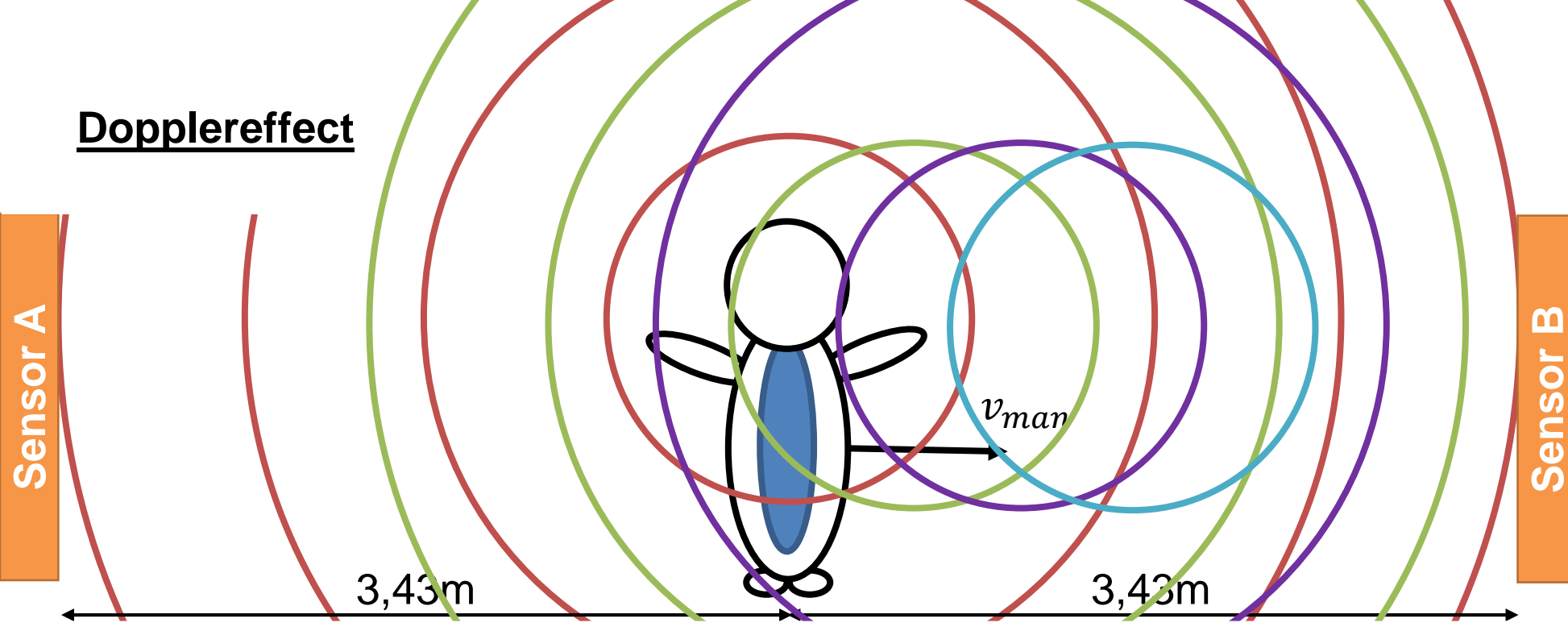
Hoofdstuk 1:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3,43}{343}$$

$$= 0,01\text{s} = T$$



Dopplereffect



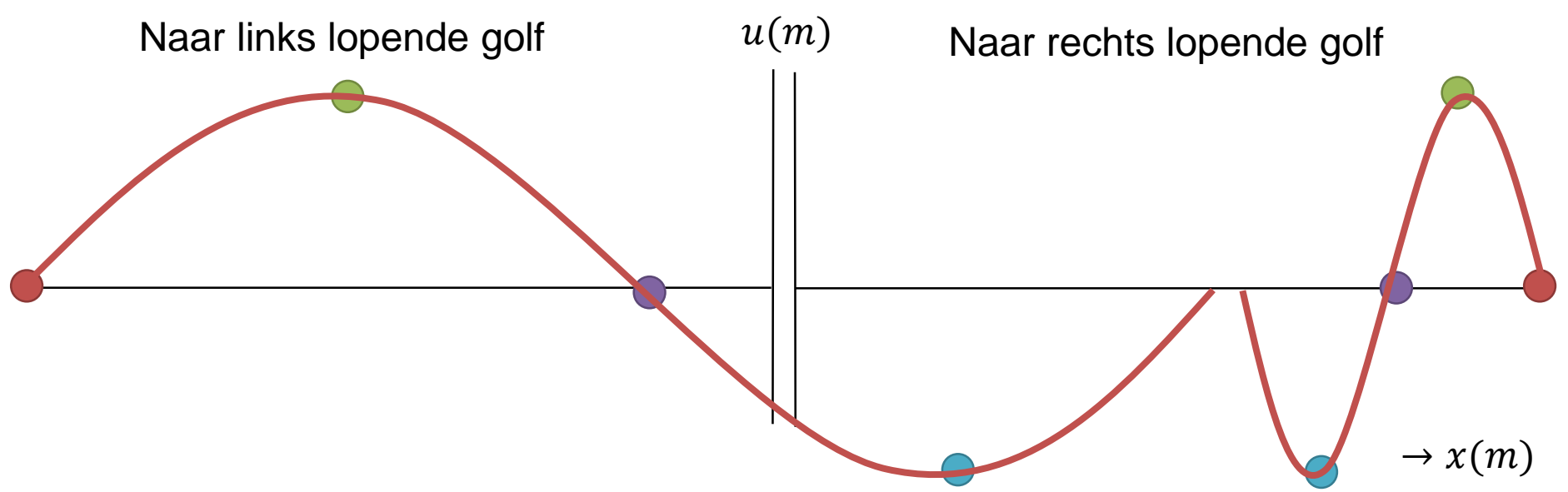
Hoofdstuk 9:

$$f_{stem} \approx 100\text{Hz (man)}$$

$$\lambda = \frac{v_g}{f} = \frac{343}{100} = 3,43\text{m}$$

Hoofdstuk 1:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{3,43}{343} = 0,01\text{s} = T$$





10 seconden vraag

Welk van de onderstaande uitspraken is juist?

- A. Als een geluidsbron van je af beweegt, wordt de golflengte groter.
- B. Als een geluidsbron naar je toe beweegt, hoor je een hogere toon.
- C. Zowel A en B zijn juist.
- D. A en B zijn beide onjuist.

Hogere toon betekent een hogere frequentie.

$$f = \frac{v}{\lambda} \text{ en } \lambda \text{ wordt kleiner.}$$

10



Medische beeldvorming – samenvatting methodes

Röntgenfoto	Meet hoeveelheid niet opgenomen röntgenstraling.	<ul style="list-style-type: none">• Zeer snel (enkele seconden)• Goedkoop	<ul style="list-style-type: none">• Kleine stralingsdosis• Niet geschikt voor zacht weefsel
CT-scan	3D röntgenfoto.	<ul style="list-style-type: none">• Zeer snel (enkele seconden)• 3D	<ul style="list-style-type: none">• Hoge stralingsdosis
PET-scan	Meet fotonen door annihilatie van ingenomen RA stof.	<ul style="list-style-type: none">• Laat activiteit zien• 3D	<ul style="list-style-type: none">• Duur• Tracer nodig• Duurt lang (zo'n 20min)
PET-CT-scan	Combinatie van CT- en PET-scan.		
MRI	Gebruik sterk magneetveld en RF-pulsen.	<ul style="list-style-type: none">• Niet ioniserend• 3D	<ul style="list-style-type: none">• Duur• Veel geluid• Duurt lang (zo'n 30min-2h)
Echografie	Gebruik van ultrasone geluidsgolven.	<ul style="list-style-type: none">• Niet ioniserend• 3D (in tijd)• Goedkoop	<ul style="list-style-type: none">• Botten niet zichtbaar• Onduidelijk beeld



Wat heb je geleerd?

- Je weet hoe echografie werkt.
- Je weet wat het dopplereffect is en hoe dit gebruikt wordt bij echografie.
- Je kunt aangeven wat de verschillen zijn tussen een röntgenfoto, echografie, CT-scan, PET-scan en MRI.