Hoofdstuk 15
Quantumwereld

Gemaakt als toevoeging op methode “Overal natuurkunde”

βètales
www.betales.nl

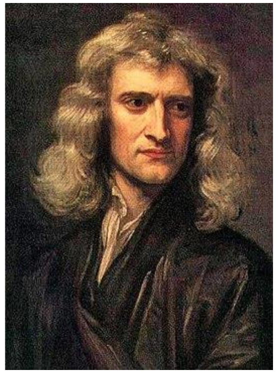
15.1 Licht: golven of deeltjes?

<u>Geschiedenis</u>

Newton: Licht is deeltje
Huygens: Licht is golf

± 1700

1687
Isaac Newton



1801
Thomas Young

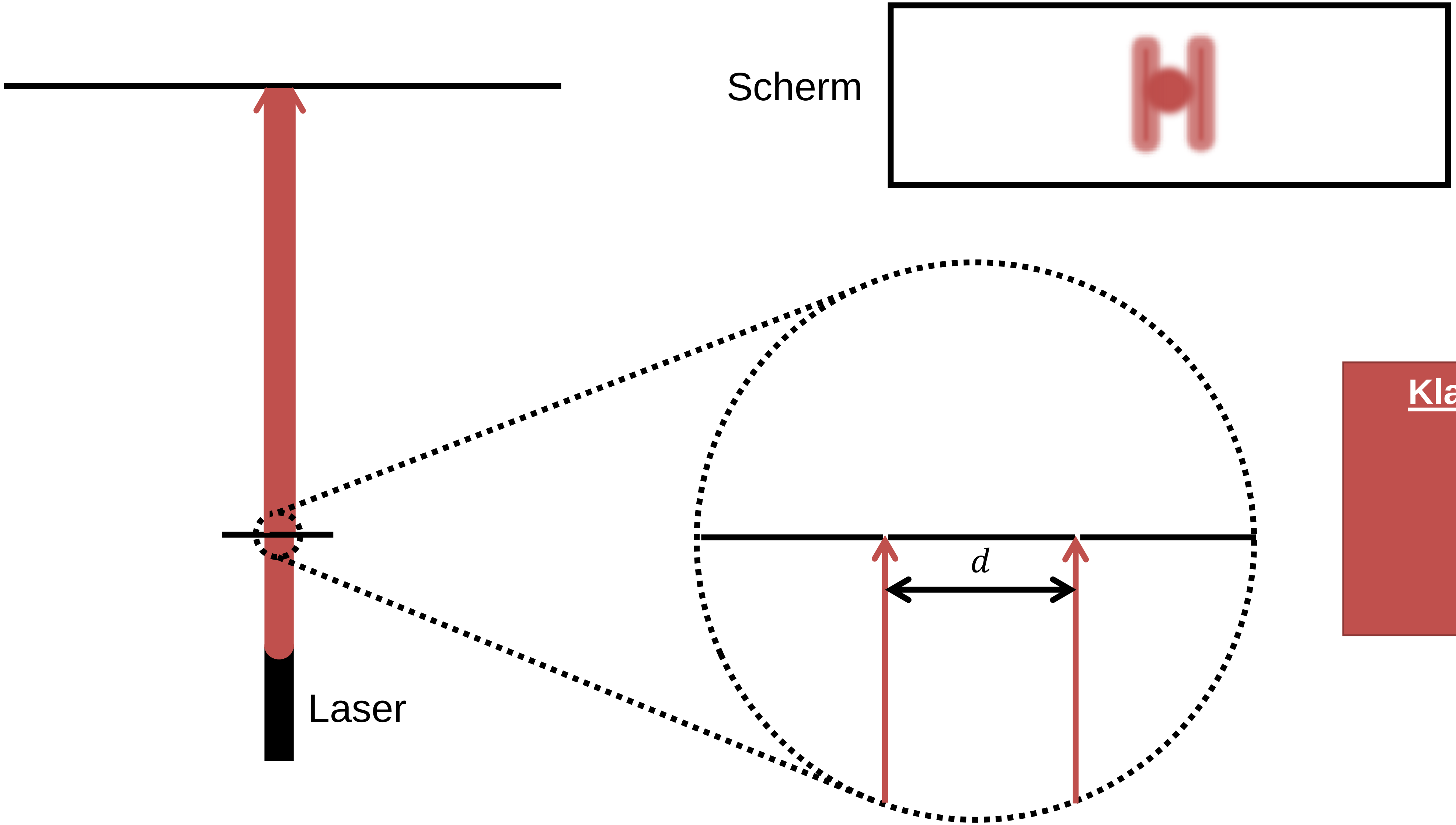
H1, H3, H4, H6, H7, H8,H9, H14

www.betales.nl

Double Slit Experiment (1801)

Bovenaanzicht

Vooraanzicht

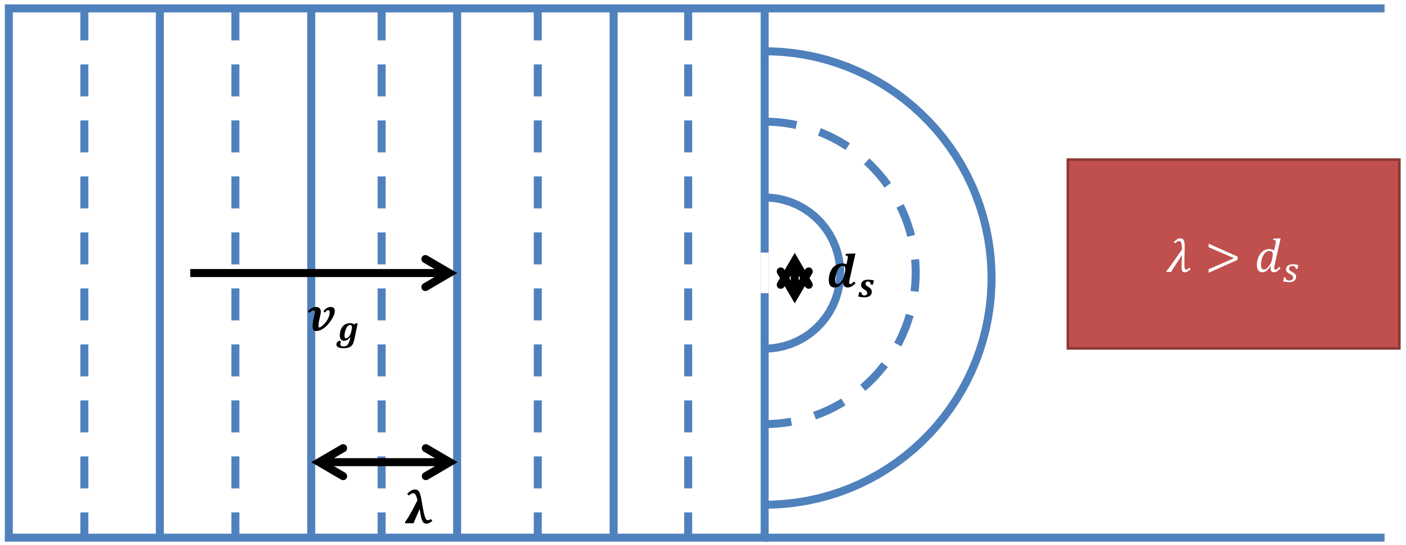


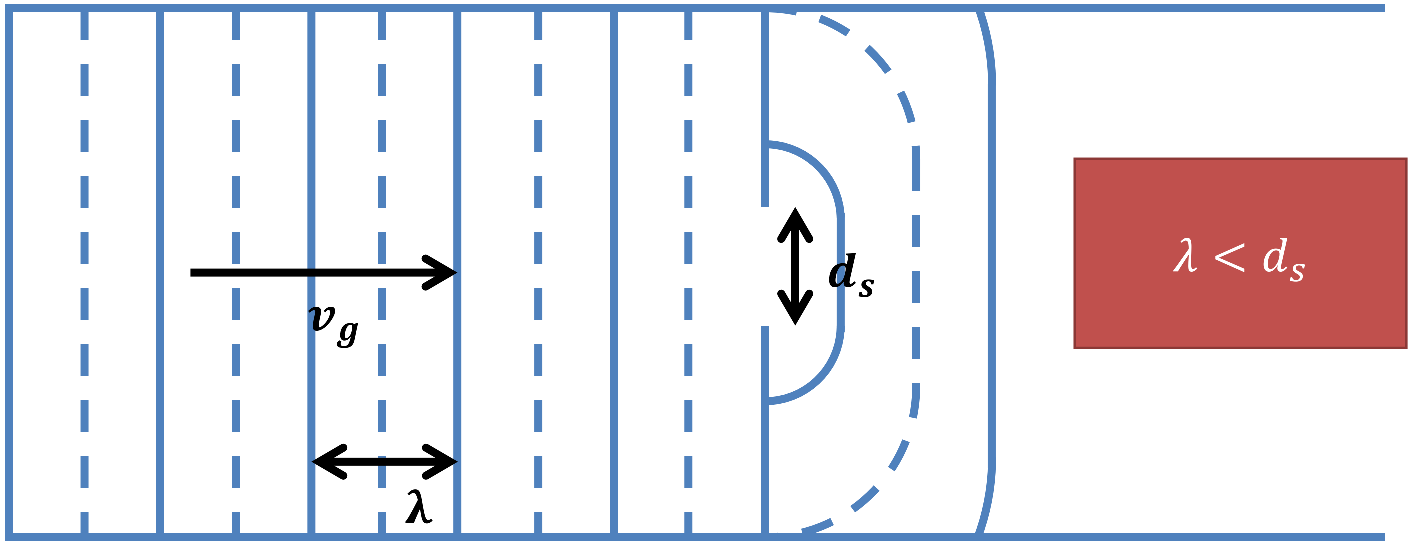
Klassiek verwacht

$\lambda \ll d$

www.betales.nl

Buiging bij golven

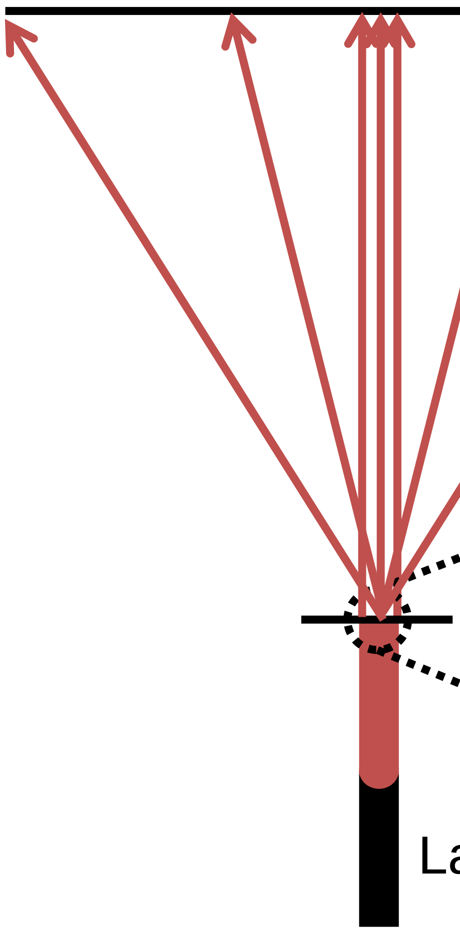




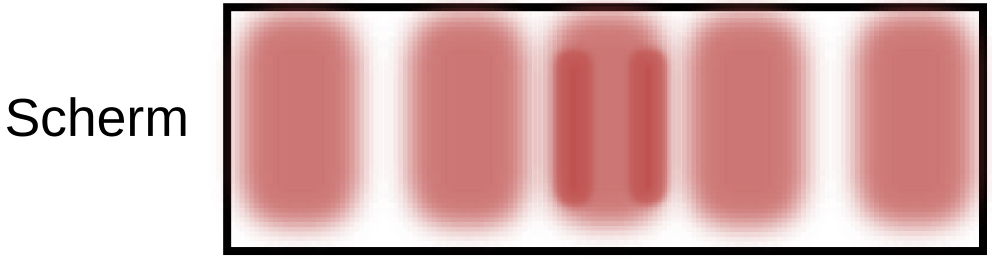
www.betales.nl

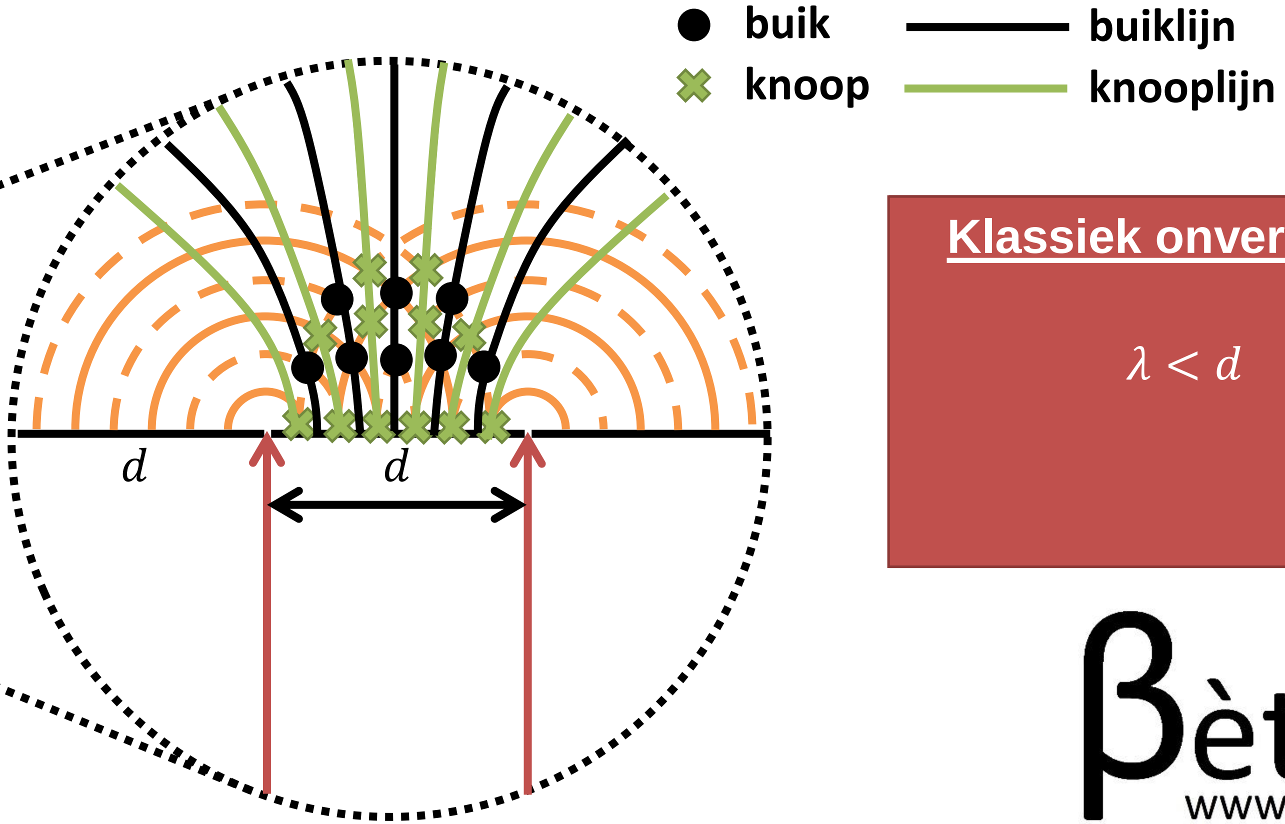
Double Slit Experiment (1801)

Bovenaanzicht



Vooraanzicht



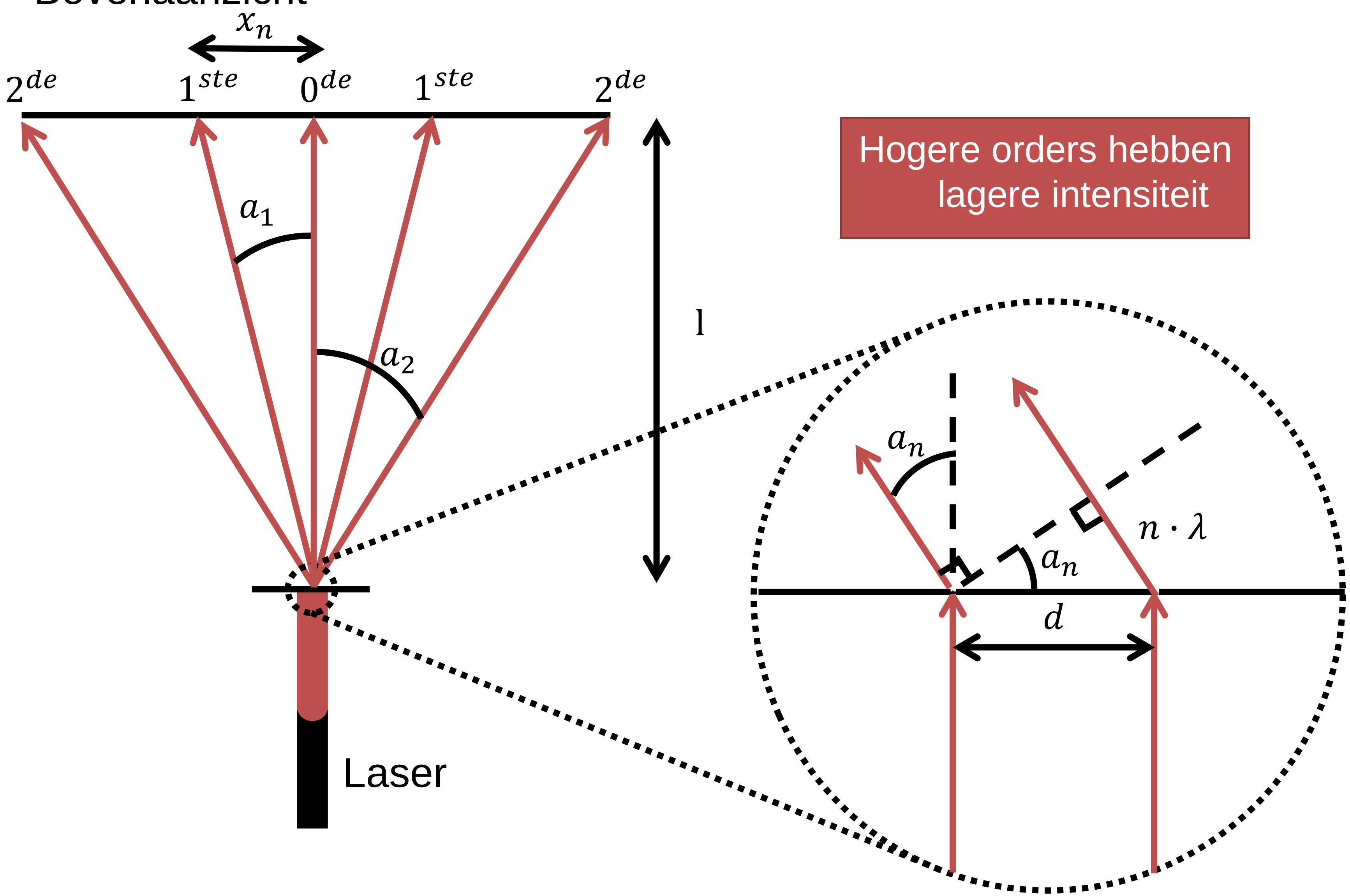


Klassiek onverwacht

$\lambda < d$

Verband tussen golflengte, opening en interferentiepatroon

Bovenaanzicht



Hogere orders hebben lagere intensiteit

$$tan(\alpha_n) = \frac{x_n}{l}$$

$$sin(\alpha_n) = \frac{n \cdot \lambda}{d}$$

Algemeen:

$$n \cdot \lambda = d \cdot sin(\alpha_n)$$

$n \cdot \lambda \ll d \rightarrow \alpha \approx 0$ (voorbeeld zaklamp papier)
$n \cdot \lambda < d \rightarrow 0 < \alpha < 90$ (voorbeeld tralie)
$n \cdot \lambda > d \rightarrow \text{K. N.}$ (gebruik verkeerde tralie)

Bètales
www.betales.nl

Geschiedenis

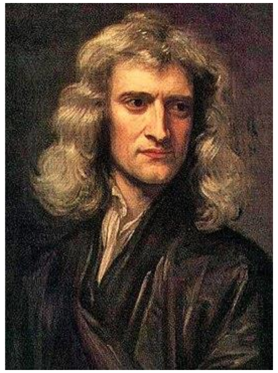
Newton: Licht is deeltje
Huygens: Licht is golf

Heinrich Hertz

± 1700

1889

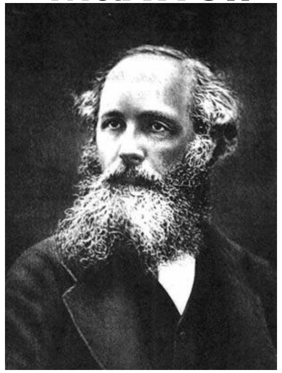
1687
Isaac Newton



H1, H3, H4, H6, H7, H8,H9, H14

1801
Thomas Young

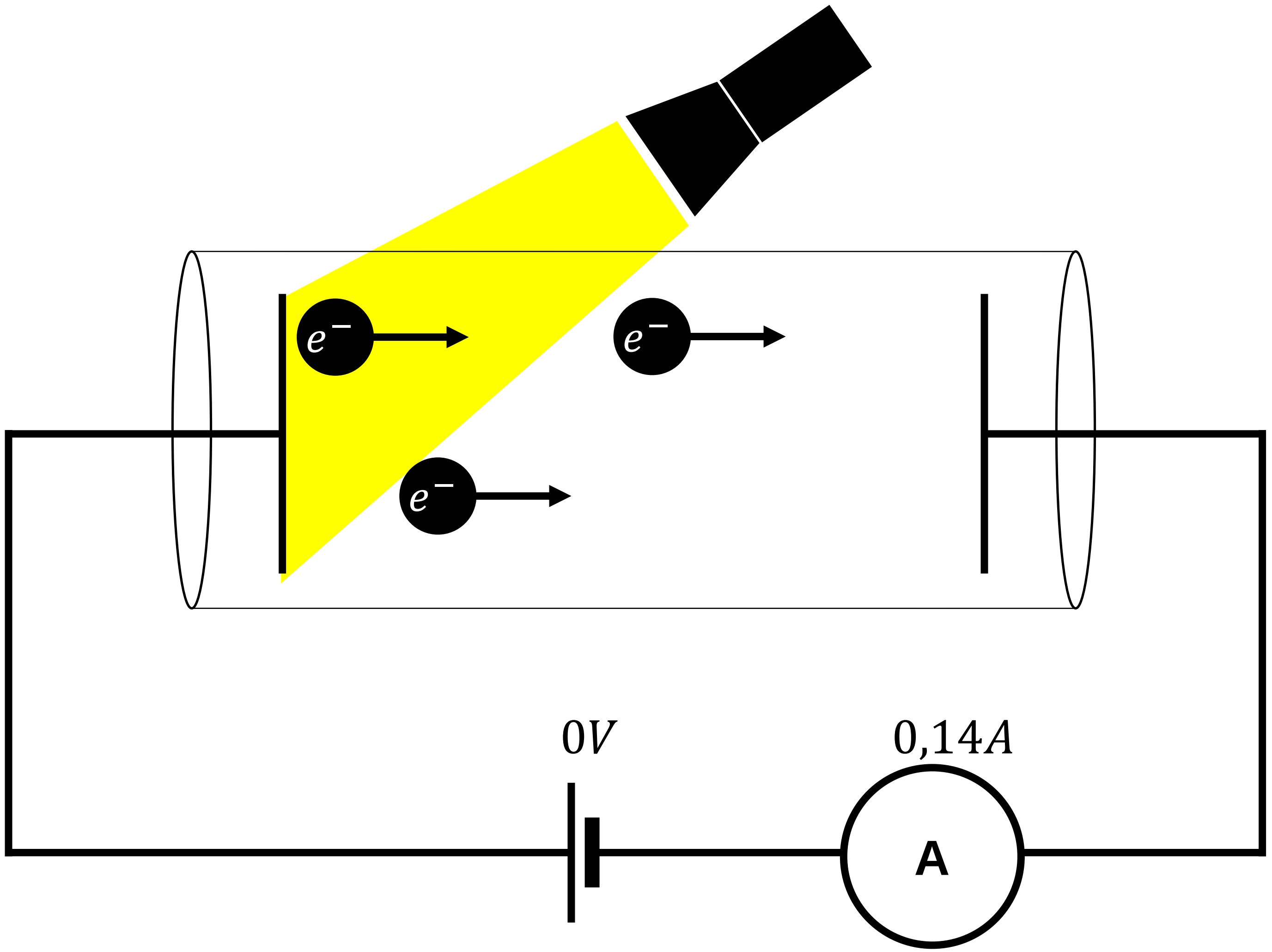
1861
James Maxwell



H2, H12, H13

Foto-elektrisch effect (Hertz)

Er loopt een stroom als ik een plaatje metaal met (ultraviolet)licht bestraal.



De vrijgekomen elektronen gaan in alle richtingen, niet perse in de richting van de anode (zoals geschetst)

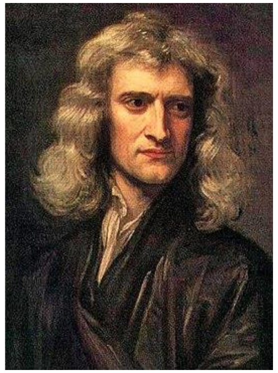
(Maar dat nemen we voor eenvoud verder wel aan)

Geschiedenis

Newton: Licht is deeltje
Huygens: Licht is golf

± 1700

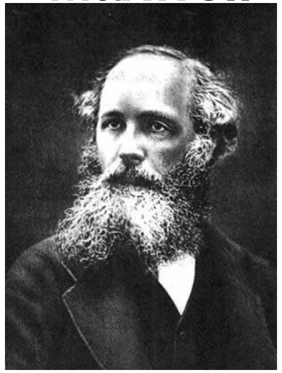
1687
Isaac Newton



H1, H3, H4, H6, H7, H8,H9, H14

1801
Thomas Young

1861
James Maxwell

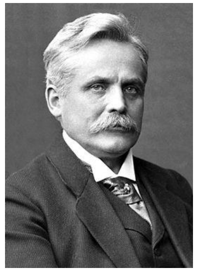


H2, H12, H13

Heinrich Hertz

1889

1893
Wilhelm Wien

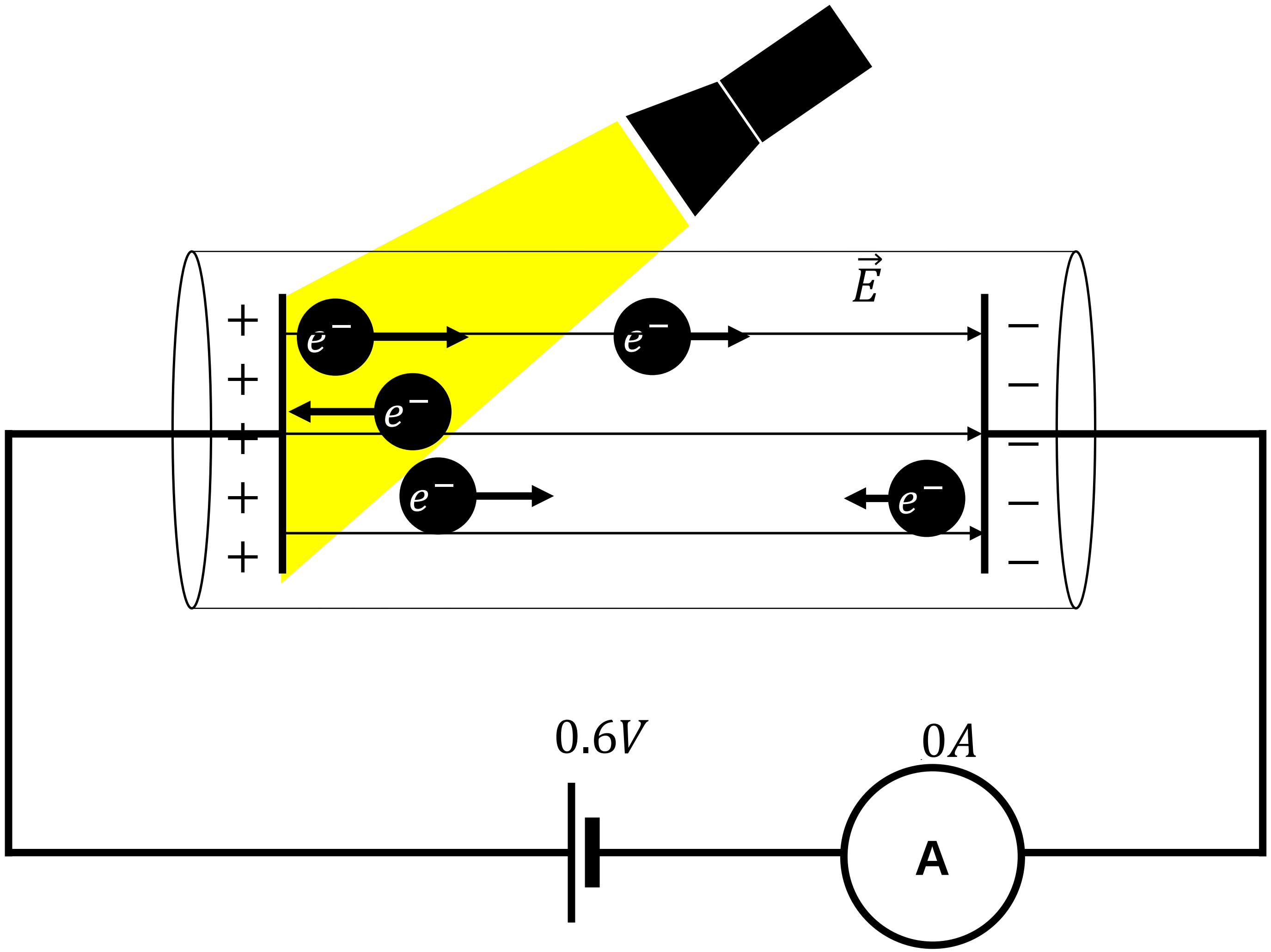


H11

Philipp Lenard

1899

Foto-elektrisch effect (Lenard)



1. De maximale kinetische energie van de elektronen is onafhankelijk van de intensiteit.
   (stroomsterkte neemt wel toe bij toenemende intensiteit)

2. Als frequentie stijgt van licht, stijgt maximale kinetische energie van elektronen. $\rightarrow \boldsymbol{E_k^{max} \sim f}$
   En visa versa, mits hoger dan **uittree-energie (Binas T24).**

3. Stroomsterkte is instantaan ($< 10^{-9} s$).

Klassiek onverwacht!

$$\boldsymbol{E_k^{max} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 = q \cdot U_0}$$

Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

Je schijnt met een lamp op metaal. Er komen nu geen elektronen uit. Wat moet je doen om wel elektronen eruit te laten komen?

A. De frequentie van het licht omhoog.

B. De golflengte van het licht omhoog.

C. De intensiteit van het licht omhoog.

D. De intensiteit van het licht omlaag.

Bètales
www.betales.nl

Geschiedenis

Newton: Licht is deeltje
Huygens: Licht is golf

± 1700

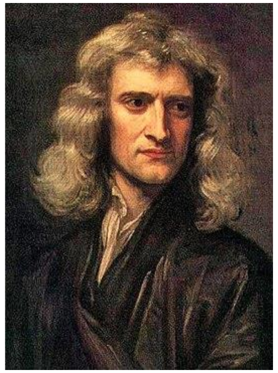
Heinrich Hertz

1889

Philipp Lenard

1899

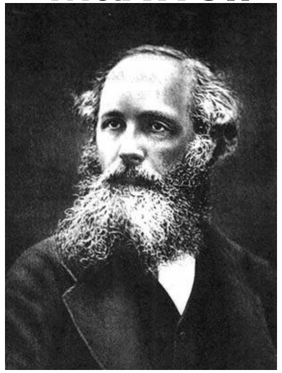
1687
Isaac Newton



H1, H3, H4, H6, H7, H8,H9, H14

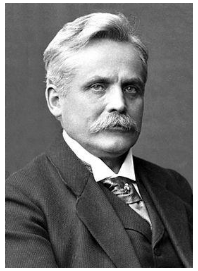
1801
Thomas Young

1861
James Maxwell



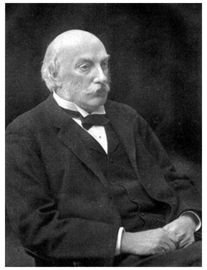
H2, H12, H13

1893
Wilhelm Wien



H11

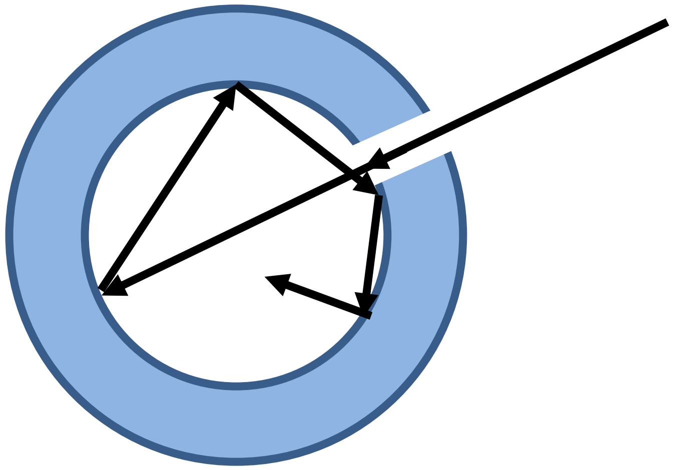
1900
Rayleigh & Jeans



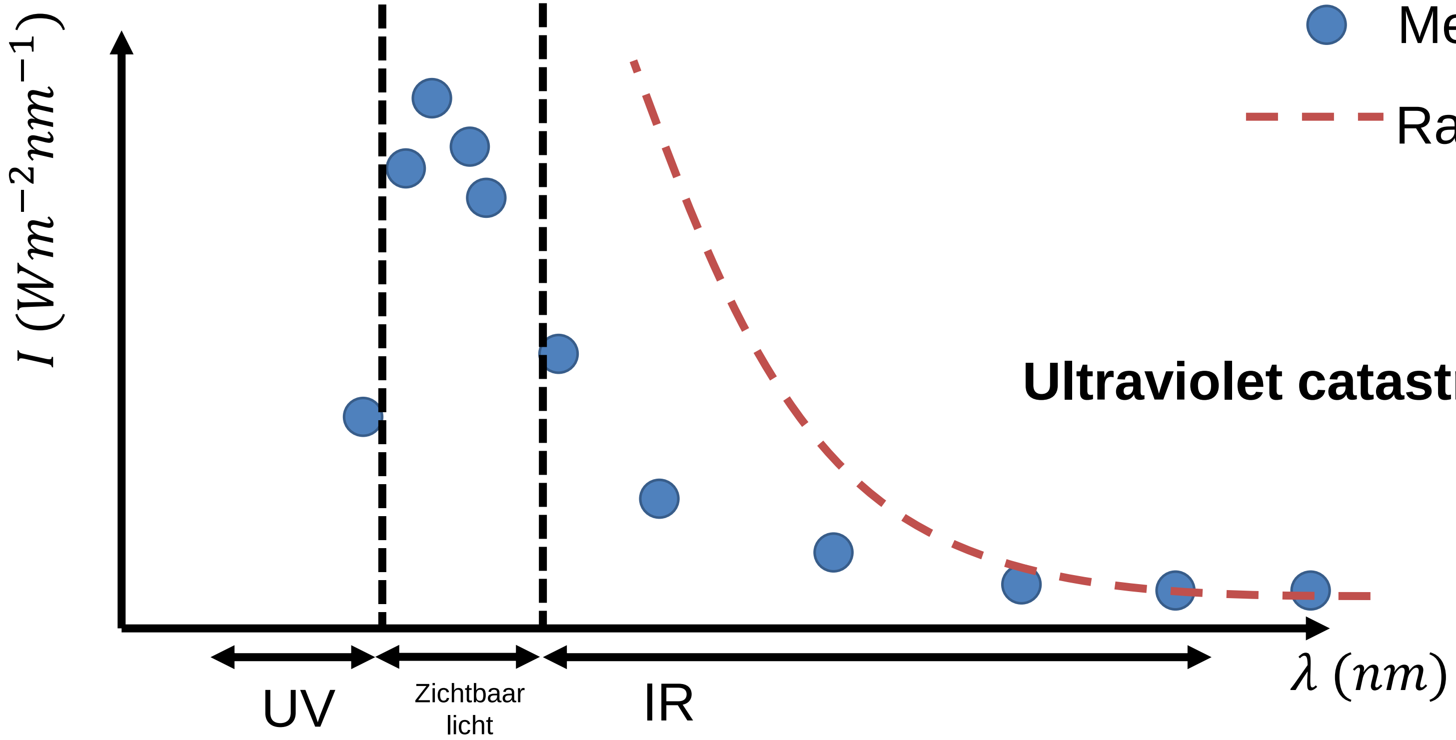
www.betales.nl

Zwarte straler (H11)

Een perfect zwart lichaam (black body) is een voorwerp dat alle straling absorbeert die erop valt. Als de temperatuur van dit voorwerp stijgt, zend deze temperatuurstraling uit.



Rayleigh-Jeans-kromme



Ultraviolet catastrofe: Totale misser voor UV-straling

www.betales.nl

Geschiedenis

Newton: Licht is deeltje
Huygens: Licht is golf

Heinrich Hertz

1889

Philipp Lenard

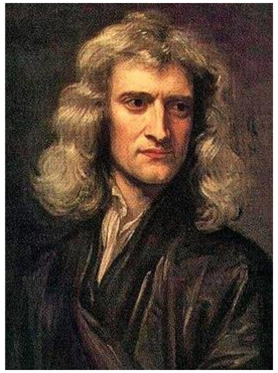
1899

Max Planck

1900

±1700

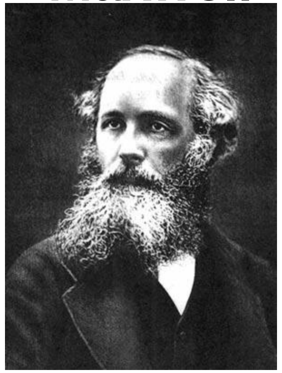
1687
Isaac Newton



H1, H3, H4, H6, H7, H8,H9, H14

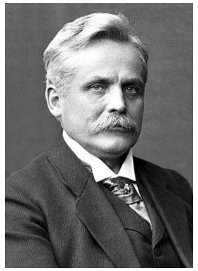
1801
Thomas Young

1861
James Maxwell



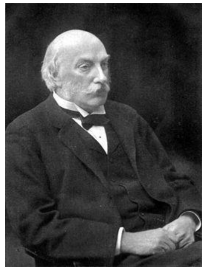
H2, H12, H13

1893
Wilhelm Wien



H11

1900
Rayleigh & Jeans



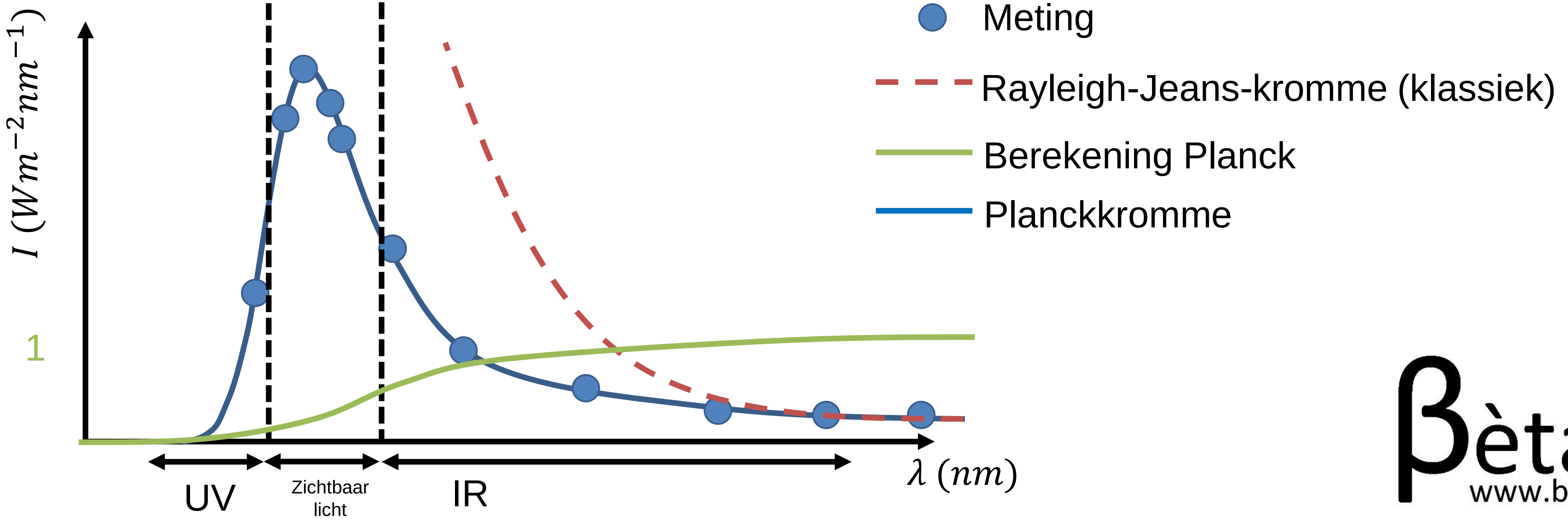
Bètales
www.betales.nl

Planckkromme

Met wiskunde komen we er wel!

➔Trillingsenergie van is gequantiseerd! ➔ $\boldsymbol{E = h \cdot f}$

$\boldsymbol{h = 6,62607 \cdot 10^{-34} Js}$ **(Binas T7A)**



Bètales
www.betales.nl

H15, K: speciale relativiteit

Geschiedenis

Newton: Licht is deeltje
Huygens: Licht is golf

Heinrich Hertz

1889

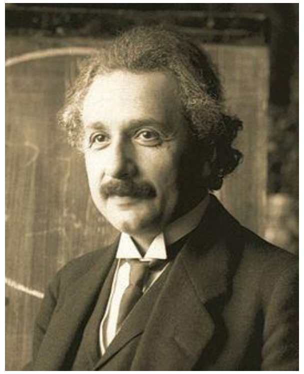
Philipp Lenard

1899

Max Planck

1900

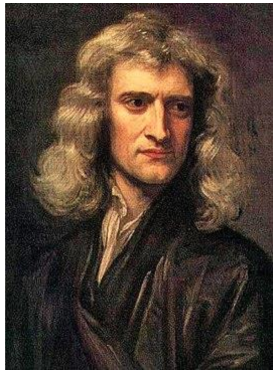
Albert Einstein



1905

±1700

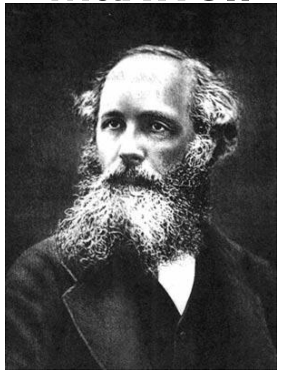
1687
Isaac Newton



H1, H3, H4, H6, H7, H8,H9, H14

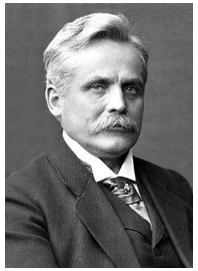
1801
Thomas Young

1861
James Maxwell



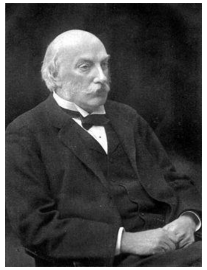
H2, H12, H13

1893
Wilhelm Wien



H11

1900
Rayleigh & Jeans



βètales
www.betales.nl

Einsteins postulaten over foto-elektrisch effect

1. Licht bestaat uit fotonen

   ➔ $E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

Deeltjes zonder massa.

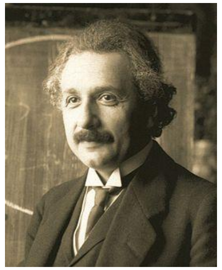
2. Een foton wordt of volledig geabsorbeerd, of wordt weerkaatst.

3. Als een foton door een elektron wordt geabsorbeerd, geeft het foton zijn volledige energie af aan alleen dit elektron.

➔Straling zelf is gequantiseerd!

Geschiedenis

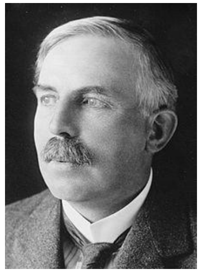
Albert Einstein



1905

1911

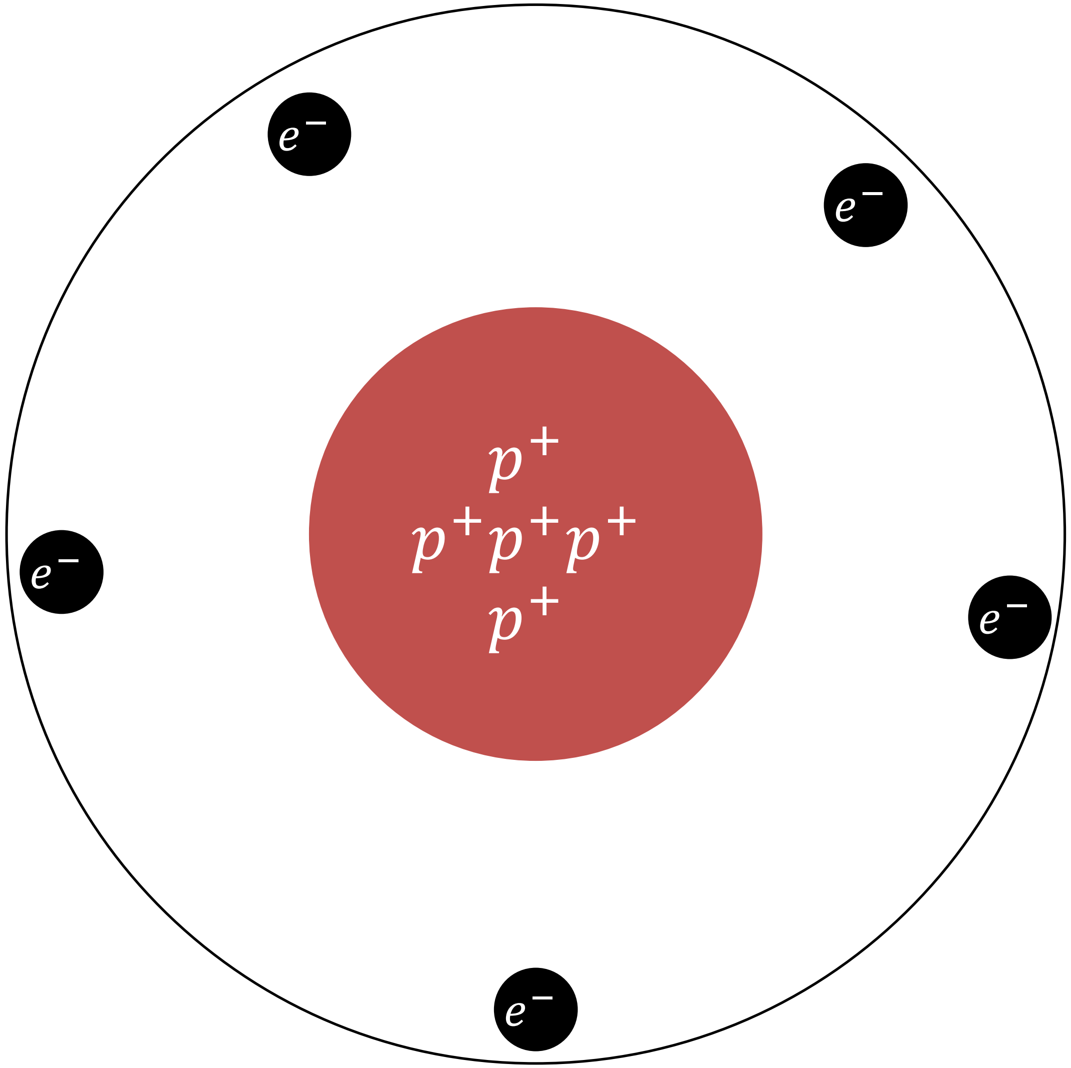
Ernest Rutherford



βètales
www.betales.nl

Rutherfordmodel

Na het experiment met goudfolie kwam Rutherford met het volgende model:



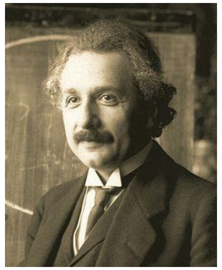
"It was quite the most incredible event that has ever happened to me in my life.

It was almost as incredible as if you fired a 15-inch shell at a piece of tissue paper and it came back and hit you." – Rutherford (1911)

Bètales
www.betales.nl

Geschiedenis

Albert Einstein



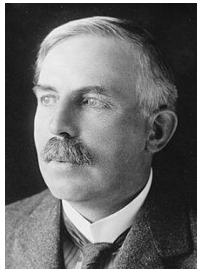
1905

Niels Bohr

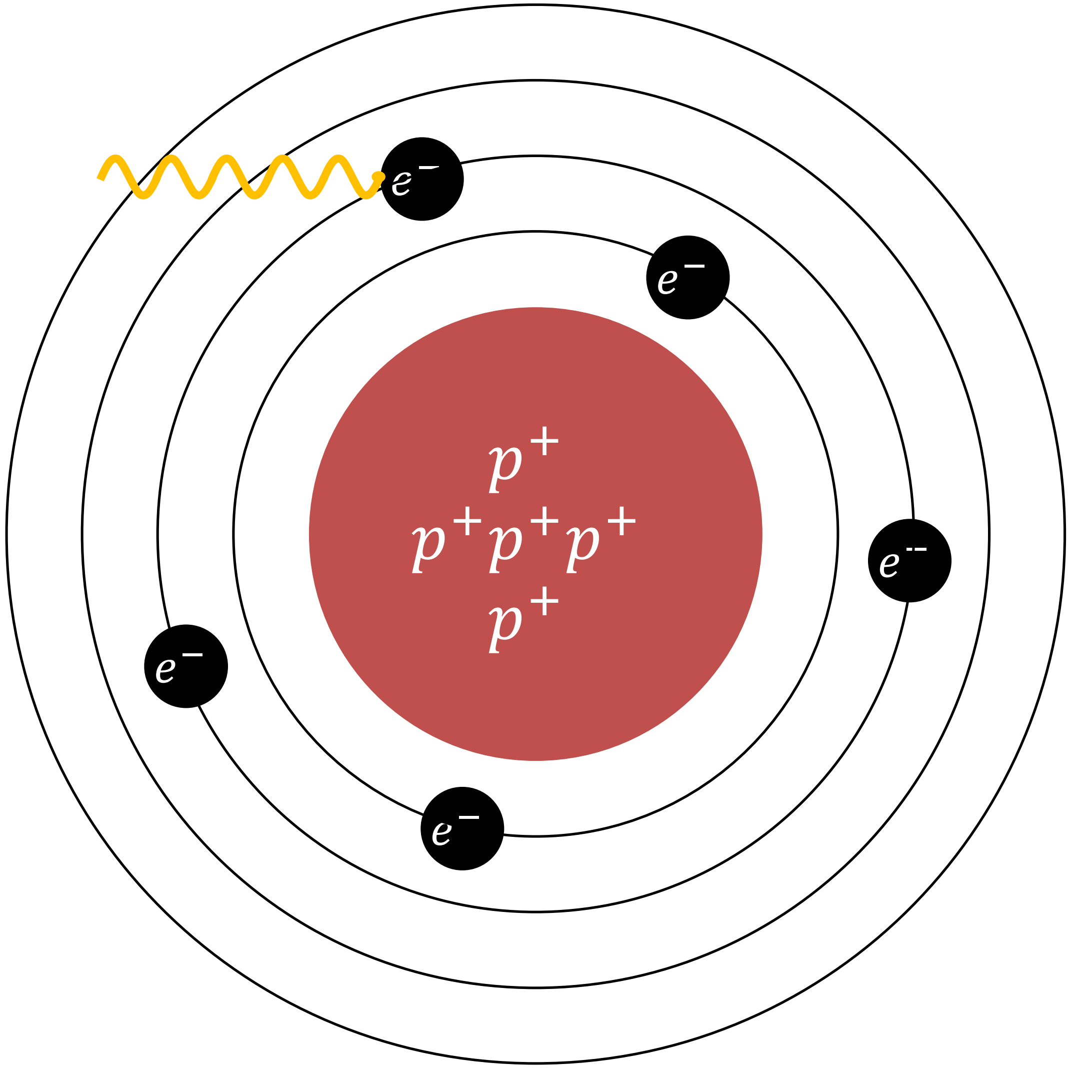
1913

1911

Ernest Rutherford



Bohrmodel

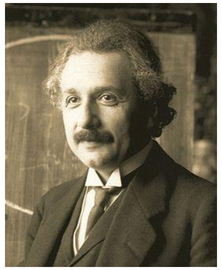


Postulaten:

1. Atomen komen slechts in bepaalde **stationaire toestanden** voor. (elektron kan in deze baan geen straling uitzenden)
2. Iedere toestand van een atoom heeft een bepaalde waarde van de inwendige energie.
3. De toestand van een atoom kan veranderen door absorptie of emissie van een foton.

Geschiedenis

Albert Einstein



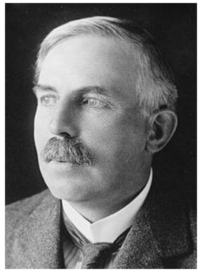
1905

Niels Bohr

1913

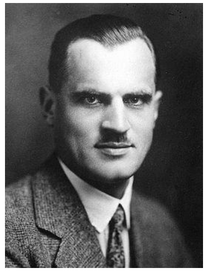
1911

Ernest Rutherford



1923

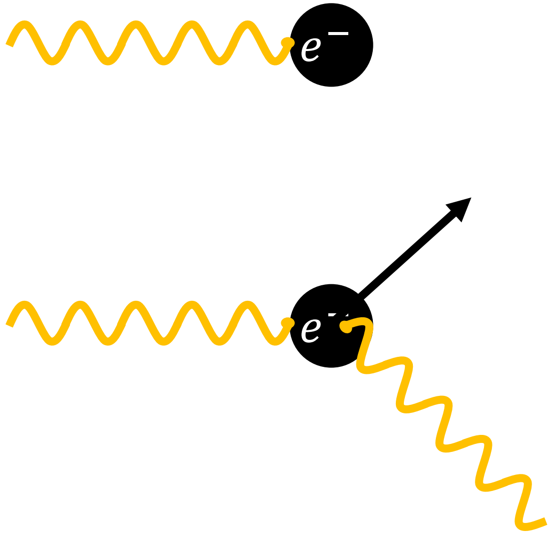
Arthur Compton



www.betales.nl

Compton-effect

We laten een foton botsen op een stilstaand elektron: volkomen veerkrachtige botsing.



Fotonen hebben 'kinetische energie'

(Deze geven ze deels aan het stilstaande elektron)

$$E_f = E_{kin} = hf$$

$$E_e = E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$$

Fotonen hebben 'impuls'

(richting van wegschieten is tegengesteld en in verhouding)

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$
$$p_e = mv$$

Complementariteitsbeginsel van Bohr

Er is sprake van een **golf-deeltjedualiteit**: licht gedraagt zich bij een verschijnsel óf als golf, óf als deeltje.

➔ We kunnen helaas (nog) niet alles in een algemeen model omvatten.

Wat heb je geleerd?

- Je kunt nu bewijzen waarom licht deeltjes eigenschappen heeft.
- Je kunt nu bewijzen waarom licht golf eigenschappen heeft.
- Je kunt het foto-elektrisch effect uitleggen en aangeven wat intensiteit, golflengte en frequentie voor invloed hebben hierop.
- Je kent de formules voor de energie en impuls van een foton.
- Je kan de begrippen *buiging, complementariteitsbeginsel, quant* en *uittree-energie* uitleggen.

Hoofdstuk 15
Quantumwereld

Gemaakt als toevoeging op methode “Overal natuurkunde”

15.2 Elektronen: golven of deeltjes?

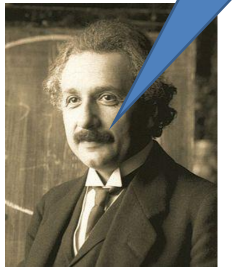
Terugblik	**Fotonen** $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{f})$	**Elektronen** $(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{v})$
Energie:	$E_f = hf$	$E_e = \frac{1}{2}mv^2$
Impuls:	$p_f = \frac{h}{\lambda}$	$p_e = mv$

Gesc

*Geweldig,
promoten die kerel.*

*Alle deeltjes hebben
golfeigenschappen.*

Albert Einstein



1905

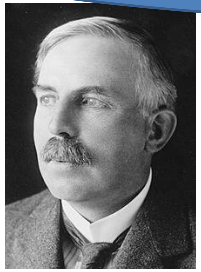
Niels Bohr

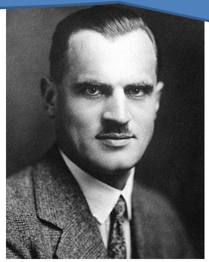
1913

Louis de Broglie

1925

“If that turns out to be true, I quit physics.”





Max von Laue

www.betales.nl

De Broglie: Alle materie deeltjes hebben golfeigenschappen.

	Fotonen (λ, f)	**Elektronen** (m, v)	
Energie:	$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$	$E_e = \frac{1}{2} mv^2$	$\boldsymbol{f = \frac{E_e}{h}}$
Impuls:	$p_f = \frac{h}{\lambda}$	$p_e = mv = \boldsymbol{\frac{h}{\lambda}}$	$\boldsymbol{\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}}$

λ: **de de broglie-golflengte**

Fotonen (λ, f)

$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

$p_f = \frac{h}{\lambda}$

Elektronen (m, v)

$E_e = \frac{1}{2} mv^2$

$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$

$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$

$f = \frac{E_e}{h}$

Rekenvoorbeeld elektronenmicroscoop

We willen een foto maken van een atoom met grootte van 300pm. Dit kan alleen met golven die maximaal even groot zijn als het deeltje, om buiging te voorkomen.

a) Bereken de minimale energie van licht en de bijbehorende frequentie.
b) Bereken de minimale energie van elektronen en de bijbehorende snelheid, uitgedrukt in de lichtsnelheid.

Uitwerking rekenvoorbeeld elektronenmicroscoop

We willen een foto maken van een atoom met grootte van 300pm. Dit kan alleen met golven die maximaal even groot zijn als het deeltje, om buiging te voorkomen.

a) Bereken de minimale energie van licht en de bijbehorende frequentie.
b) Bereken de minimale energie van elektronen en de bijbehorende snelheid, uitgedrukt in de lichtsnelheid.

a) Binas T2: $\lambda_{max} = 300pm = 3{,}00 \cdot 10^{-10}m$

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$= 6{,}6260 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{3{,}00 \cdot 10^{-10}} \approx 6{,}6 \cdot 10^{-16}J$$

$$\approx 4{,}1 \cdot 10^{3}\ eV$$

$$f_{min} = \frac{c}{\lambda} = \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{3{,}00 \cdot 10^{-10}} \approx 9{,}99 \cdot 10^{17}Hz$$

Röntgenstraling!

➔Energie dusdanig hoog dat het ioniseert.
(Binas T21C)

Bètales
www.betales.nl

Uitwerking rekenvoorbeeld elektronenmicroscoop

We willen een foto maken van een atoom met grootte van 300pm. Dit kan alleen met golven die maximaal even groot zijn als het deeltje, om buiging te voorkomen.

a) Bereken de minimale energie van licht en de bijbehorende frequentie.

b) Bereken de minimale energie van elektronen en de bijbehorende snelheid, uitgedrukt in de lichtsnelheid.

b) $E = \frac{1}{2}mv^2 = hf \boxed{\neq h \cdot \frac{c}{\lambda}}$ Massa beweegt niet met lichtsnelheid!

$$= \frac{1}{2} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot (2{,}4 \cdot 10^6)^2 \approx 2{,}67 \cdot 10^{-18} J$$

$$\approx 16{,}7\ eV$$

$$f = \frac{E}{h} = \frac{2{,}67 \cdot 10^{-18}}{6{,}6260 \cdot 10^{-34}} \approx 4{,}0 \cdot 10^{15} Hz$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$= \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{9{,}109 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{-10}}$$

$$\approx 2{,}4 \cdot 10^6 m/s$$

$$\approx 8{,}1 \cdot 10^{-3} c$$

Elektronenmicroscoop laat kleinere voorwerpen zien zonder ionisatie.

10 seconden vraag

Een elektron beweegt met golflengte $\lambda = 3{,}00 \cdot 10^{-10} m$ *en frequentie* $f = 4{,}0 \cdot 10^{15} Hz$. *Welke uitspraak over de snelheid van het elektron* v_e *is waar?*

A. $v_e = \frac{\lambda}{f}$

B. $v = \frac{h}{m\lambda}$ met m de massa van het elektron.

C. $v_e = \lambda \cdot f$

D. Meerdere antwoorden zijn goed.

Fotonen (λ, f)

$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$

$p_f = \frac{h}{\lambda}$

Elektronen (m, v)

$E_e = \frac{1}{2} m v^2$

$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$

$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$

$f = \frac{E_e}{h}$

$v = \lambda \cdot f$ is de formule voor de voortplantingssnelheid van een golf (fase snelheid). Een elektron dat zich ergens bevindt heeft te maken met de groepssnelheid van de golf. Redelijk complex (link), maar gebruik deze formule **nooit** bij deeltjes met **massa**!

10

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda}$$

Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

Ten opzichte van de microscopische wereld, hebben voorwerpen in de macroscopische wereld:

A. Een heel hoge frequentie en een heel kleine golflengte.

B. Een heel lage frequentie en een heel kleine golflengte.

C. Een zeer hoge frequentie en een heel grote golflengte.

D. Een zeer lage frequentie en een heel grote golflengte.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = hf \rightarrow f = \frac{1}{2}hmv^2$$

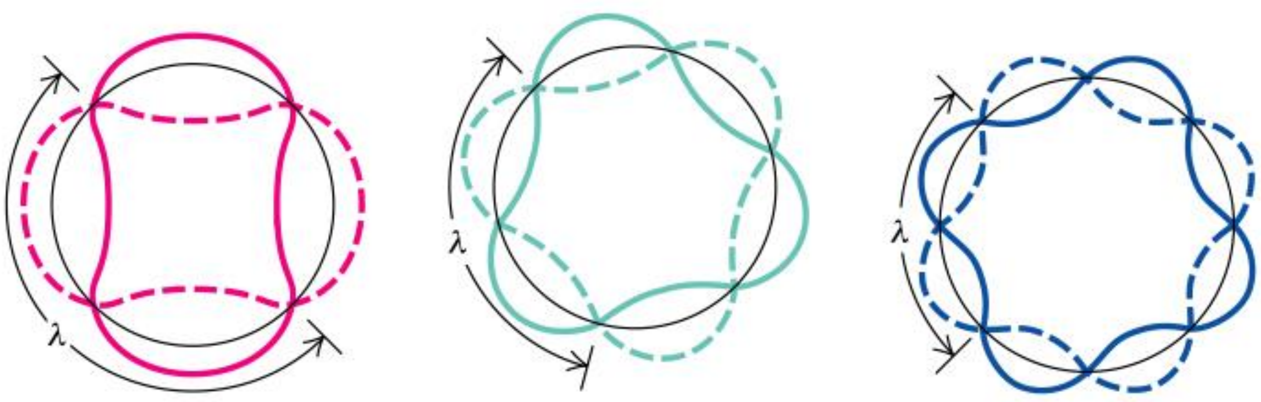
De Broglie golflengte: $\lambda = \frac{h}{mv}$

Bètales
www.betales.nl

De Broglie: Alle materie deeltjes hebben golfeigenschappen.

	Fotonen $(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{f})$	**Elektronen** $(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{v})$	
Energie:	$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$	$E_e = \frac{1}{2} m v^2$	$\boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{E_e}}{\boldsymbol{h}}$
Impuls:	$p_f = \frac{h}{\lambda}$	$p_e = mv$	$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{p_e}} = \frac{\boldsymbol{h}}{\boldsymbol{mv}}$

De debroglie golflengte voor bohrse banen (extra stof) (1926)



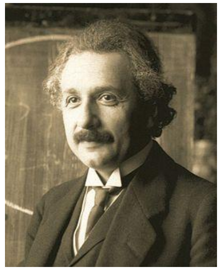
$n = 2$ $\quad$ $n = 3$ $\quad$ $n = 4$

$$\left.\begin{aligned} 2\pi r &= n\lambda \\ \lambda &= \frac{h}{mv} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} 2\pi r &= n\frac{h}{mv} \\ mvr &= \frac{nh}{2\pi} \end{aligned}$$

βètales
www.betales.nl

<u>Geschiedenis</u>

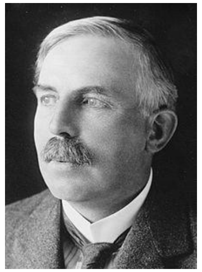
Albert Einstein



1905

1911

Ernest Rutherford

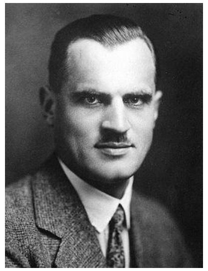


Niels Bohr

1913

1923

Arthur Compton



Louis de Broglie

1925

1926

Erwin Schrödinger

<u>Schrödingervergelijking (meer in les 4)</u>

Tijdsafhankelijke Schrödinger vergelijking:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi$$

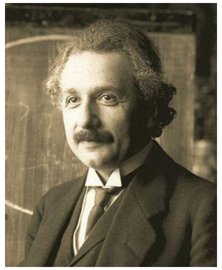
Tijdsonafhankelijke Schrödinger vergelijking:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$

$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ $\quad \Psi(x,t) = Ae^{i\left(kx-\frac{\hbar k^2}{2m}t\right)}$ met $k = \pm\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ voor ongebonden toestanden.

Geschiedenis

Albert Einstein



1905

Niels Bohr

1913

Louis de Broglie

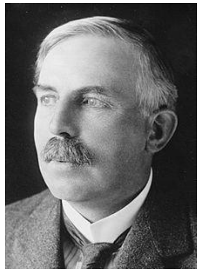
1925

Werner Heisenberg

1927

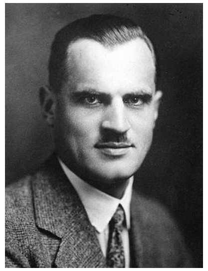
1911

Ernest Rutherford



1923

Arthur Compton



1926

Erwin Schrödinger

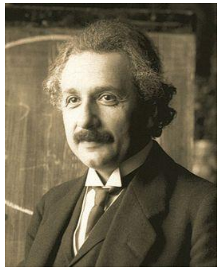
Bètales
www.betales.nl

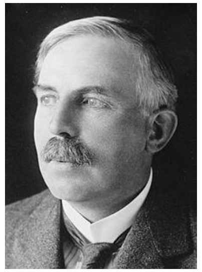
<u>Onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg (meer in les 3)</u>

Je kunt nooit tegelijkertijd zowel de positie als impuls nauwkeurig meten.

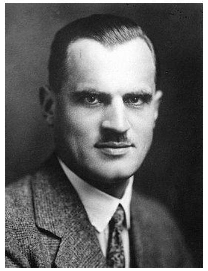
$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Geschiedenis

1905
Albert Einstein


1911
Ernest Rutherford


1913
Niels Bohr


1923
Arthur Compton


1925
Louis de Broglie


1926
Erwin Schrödinger


1927
Werner Heisenberg


1961
Claus Jönsson


Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

We doen het double slit experiment uit paragraaf 1 opnieuw, maar nu met elektronen. Wat zie je?
$(n \cdot \lambda < d)$

A. Het zelfde interferentie patroon als in paragraaf 1.

B. Twee strepen, het zijn tenslotte deeltjes.

Double Slit Experiment with elektrons (1961)

Bron: https://www.youtube.com/watch?v=hEd0CIgEwtM

Bètales
www.betales.nl

Double Slit Experiment with elektrons (1961)

- Elektronen interfereren, net als golven, met elkaar.
- Ook als er slechts één elektron per keer door de spleet gaat.
- Zodra we meten door welk gat een elektron gaat, is het interferentie patroon weg.

Meer weten? Lees: *Introduction to nano science*, S.M. Lindsay, (Hoofdstuk 2.1.2).

Rekenvoorbeeld opname van een foton

Een foton met een golflengte van 53,7nm valt op een Helium atoom en wordt geabsorbeerd. Hierdoor komt het helium atoom in de tweede aangeslagen toestand.

a) Bereken de energie van dit foton.

b) Bereken de impuls van dit foton.

Door opname van het foton stijgt de kinetische energie van het atoom. Hierdoor is de fotonenergie E_f niet precies gelijk aan het energieverschil $E_{3,1}$ tussen de derde aangeslagen toestand en de grondtoestand. Dit verschil wordt normaal verwaarloosd.

c) Toon met een berekening aan dat deze verwaarlozing geoorloofd is.

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen (m, v)

$$E_e = \frac{1}{2} m v^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

$$f = \frac{E_e}{h}$$

Bètales
www.betales.nl

Uitwerking rekenvoorbeeld opname van een foton

Een foton met een golflengte van 53,7nm valt op een Helium atoom en wordt geabsorbeerd. Hierdoor komt het helium atoom in de tweede aangeslagen toestand.

a) Bereken de energie van dit foton.

b) Bereken de impuls van dit foton.

Door opname van het foton stijgt de kinetische energie van het atoom. Hierdoor is de fotonenergie E_f niet precies gelijk aan het energieverschil $E_{3,1}$ tussen de derde aangeslagen toestand en de grondtoestand. Dit verschil wordt normaal verwaarloosd.

c) Toon met een berekening aan dat deze verwaarlozing geoorloofd is.

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen (m, v)

$$E_e = \frac{1}{2} m v^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

$$f = \frac{E_e}{h}$$

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}6260 \cdot 10^{-34} \cdot \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}}{53{,}7 \cdot 10^{-9}} \approx 3{,}7 \cdot 10^{-18} J \approx 23{,}1 eV$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}6260 \cdot 10^{-34}}{53{,}7 \cdot 10^{-9}} \approx 1{,}23 \cdot 10^{-26} Ns$$

Impulsbehoud: $p_f = p_{atoom}$

$$1{,}23 \cdot 10^{-26} = 2 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot v_{atoom}$$

$$v_{atoom} \approx 3{,}72 m/s$$

$$E_{kin,atoom} = \frac{1}{2} m v_{atoom}^2$$

$$E_{kin,atoom} = \frac{p_{atoom}^2}{2m}$$

$$\approx 2{,}9 \cdot 10^{-7} eV$$

Bètales
www.betales.nl

Elektronen: Golven of deeltjes?

Golven

- Interferentie (meerdere bundels, zelfde golflengtes, zelfde quant)
- Buiging ($\lambda \gg d$, met d de grootte van het object of als de energie van quant te laag is)

Deeltje

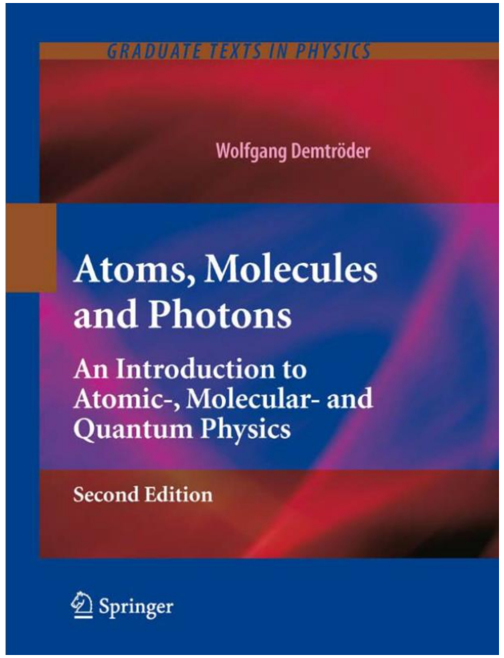
- Botsen (zeker als $\lambda \ll d$, met d de grootte van het object)
- Absorberen (bij fotonen)

Als $d \approx \lambda$, dan kan het zowel deeltjes als golf verschijnselen hebben.

Uiteindelijk zie je dat alles altijd mogelijk is, het is puur een kansfunctie.

Wat heb je geleerd?

- Je weet nu dat alle deeltjes golfeigenschappen hebben.
- Je kunt de de broglie-golflengte van deeltjes berekenen met impuls.
- Je weet waarom een elektronen microscoop beter werkt dan een op basis van licht.

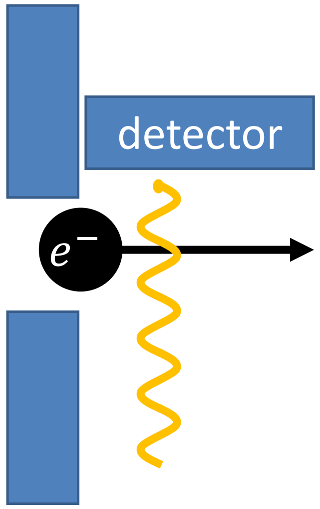


Hoofdstuk 15
Quantumwereld

Gemaakt als toevoeging op methode "Overal natuurkunde"

15.3 Onbepaaldheid in de natuurkunde?

Hoe meten we de positie en de impuls van een quant?

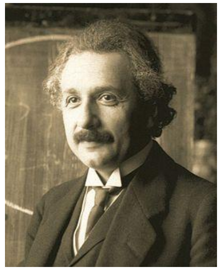


Nauwkeurige positie: kleine golflengte (weinig buiging, foton met veel impuls)

Nauwkeurige impuls: grote golflengte (veel buiging, foton met weinig impuls)

Geschiedenis

Albert Einstein



1905

Niels Bohr

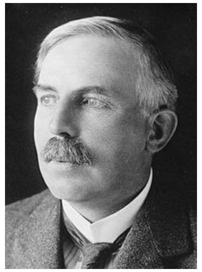
1913

Louis de Broglie

1925

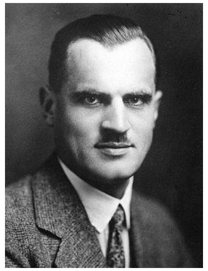
1911

Ernest Rutherford



1923

Arthur Compton

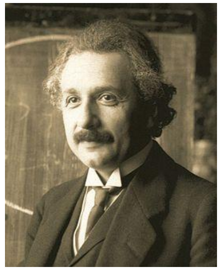


1926

Erwin Schrödinger

Geschiedenis

Albert Einstein



1905

Niels Bohr

1913

Louis de Broglie

1925

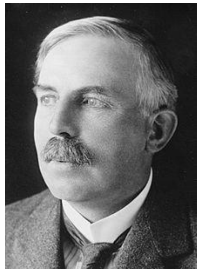
Werner Heisenberg

1927

Positie en impuls zijn onbepaald, je kunt nooit exact berekenen hoe een deeltje zich gedraagt tot je het meet. ***Een deeltje is in superpositie met zichzelf.***

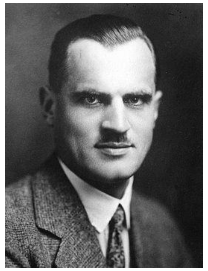
1911

Ernest Rutherford



1923

Arthur Compton



1926

Erwin Schrödinger

www.betales.nl

Onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg

Je kunt nooit tegelijkertijd zowel de positie als impuls nauwkeurig meten.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Δx: De onbepaaldheid in positie in meter.

Δp: De onbepaaldheid in impuls in Newton maal seconde.

Quant

Deeltje met een waarschijnlijkheidsverdeling.

QM: positie en impuls zijn daadwerkelijk onbepaald totdat we meten.

10 seconden vraag

We slaan met een racket tegen een bal in een squashbaan. Zijn de snelheid en positie volledig scherp te bepalen?

A. Ja, dit is klassieke fysica.

B. Nee, een instrument maakt altijd meetfouten.

C. Nee, dit kan niet door de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg.

<u>Rekenvoorbeeld onbepaaldheid van een squash bal</u>

We slaan met een racket tegen een squash bal ($m = 24g$) met een onbepaaldheid in positie $\Delta x = 1{,}0 \cdot 10^{-10}$ meter. Bereken de minimale onbepaaldheid in de snelheid.

Uitwerking rekenvoorbeeld onbepaaldheid van een squash bal

We slaan met een racket tegen een squash bal ($m = 24g$) met een onbepaaldheid in positie $\Delta x = 1{,}0 \cdot 10^{-10}$ meter. Bereken de minimale onbepaaldheid in de snelheid.

$$\left.\begin{aligned} \Delta x \cdot \Delta p &\geq \frac{h}{4\pi} \\ \Delta p &= m \cdot \Delta v \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta x \cdot m \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot \Delta x \cdot m}$$

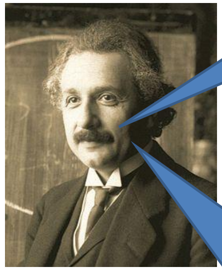
$$\Delta v \geq \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-10} \cdot 24 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Delta v \geq 2{,}2 \cdot 10^{-23} \mathrm{m/s}$$

“God does not play dice with the cosmos.”

Geschiedenis

Albert Einstein



1905

Niels Bohr

“Stop telling god what to do.”

1913

uis de
glie

1925

Werner Heisenberg

1927

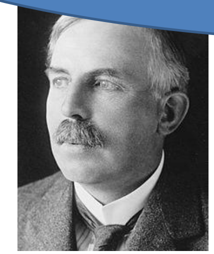
Positie en impuls zijn onbepaald, je kunt nooit exact berekenen hoe een deeltje zich gedraagt tot je het meet. ***Een deeltje is in superpositie met zichzelf.***

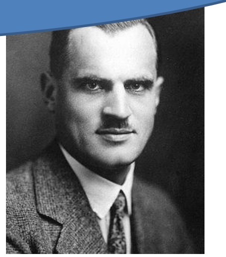
1911

1923

1926

“Marvelous, what ideas the young people have these days. But I don't believe a word of it.”



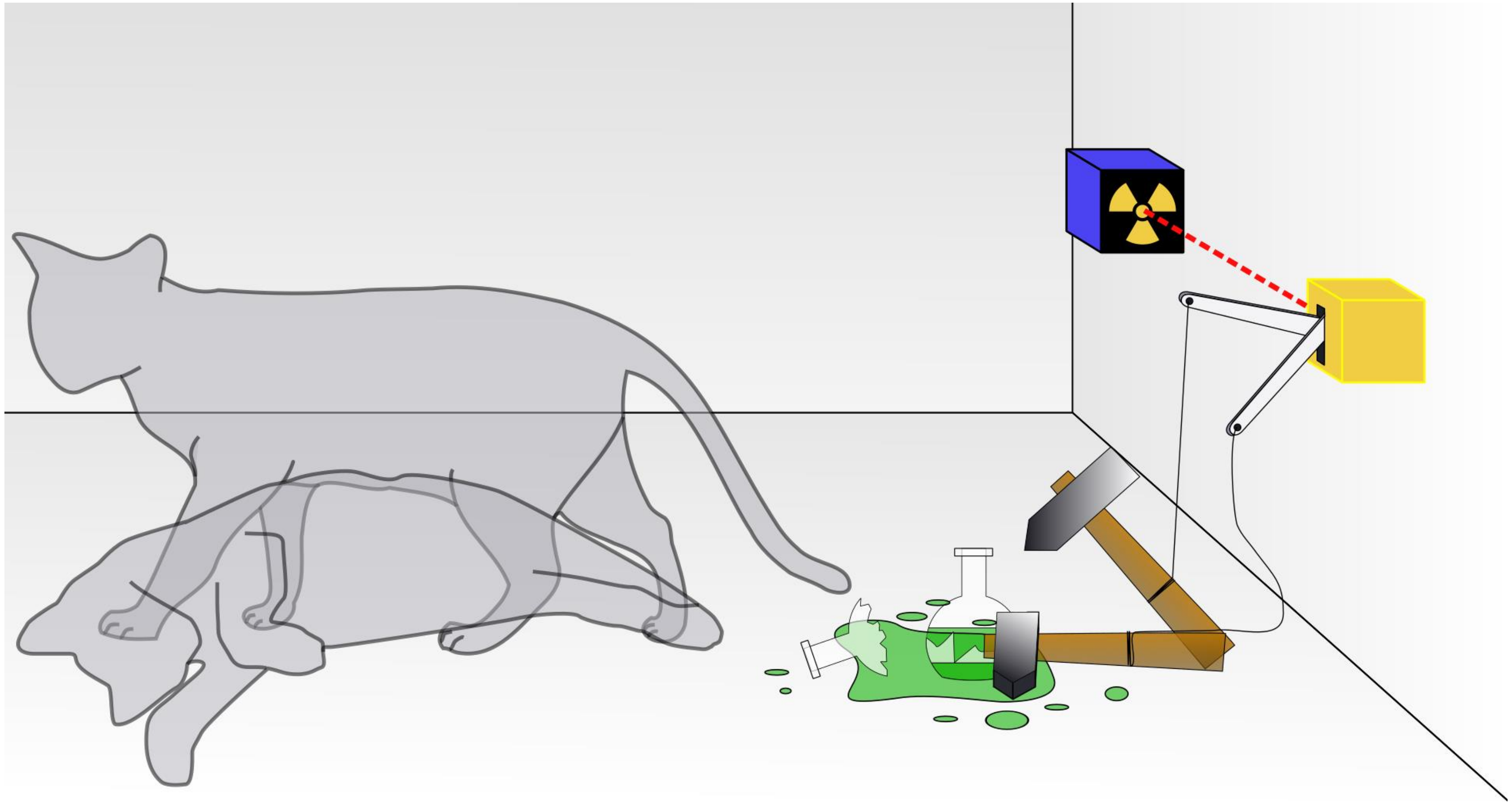


Erwin Schrödinger

I can give you an example of how crazy your theorie is.

Bètales
www.betales.nl

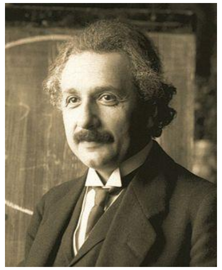
Schrödinger’s cat (extra stof)



By Dhatfield - Own work, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4279886

Geschiedenis

Albert Einstein



1905

Niels Bohr

1913

Louis de Broglie

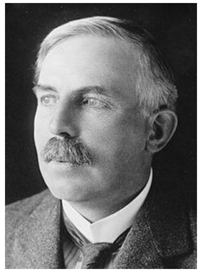
1925

Werner Heisenberg

"I don't like it, and I'm sorry I ever had anything to do with it."

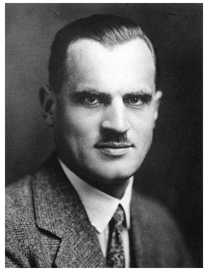
1911

Ernest Rutherford



1923

Arthur Compton



1926

Erwin Schrödinger

Bètales
www.betales.nl

Determinisme en de Kopenhaagse interpretatie

Determinisme

- Gelijke oorzaken hebben gelijke gevolgen. (klassieke fysica)

Einstein: *“God dobbelt niet.”*

Kopenhaagse interpretatie

- Zuivere kansfunctie: zelfs als je terug kunt in de tijd, staat uitkomst van vervalreactie niet vast.

Rekenvoorbeeld

Uit de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg volgt dat de fotonen bij een laserpuls niet allemaal dezelfde golflengte hebben. Toon dit aan.

$$\left.\begin{aligned} &\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \\ &\Delta p = \frac{h}{\Delta\lambda} \end{aligned}\right\}$$

$$\Delta x \cdot \frac{h}{\Delta\lambda} \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta\lambda \geq \frac{1}{4\pi \cdot \Delta x}$$

Dus de golflengte is ook onbepaald.

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen (m, v)

$$E_e = \frac{1}{2} m v^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

$$f = \frac{E_e}{h}$$

Rekenvoorbeeld

In de praktijk kan de lengte van een pakketje fotonen niet gemeten worden, maar alleen de tijd hiervan. Om deze reden gebruikt men de tweede Heisenbergrelatie gegeven door:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Hierin is ΔE de onbepaaldheid van energie in het foton en Δt de onbepaaldheid in tijd. Voor fotonen kan deze relatie worden afgeleid uit de eerste onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg. Toon dit aan.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta x = c \cdot \Delta t$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{\frac{h}{\lambda} c}{c} = \frac{E}{c} \rightarrow \Delta p = \frac{\Delta E}{c}$$

$$c \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta E}{c} \geq \frac{h}{4\pi}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen $(\boldsymbol{m}, \boldsymbol{v})$

$$E_e = \frac{1}{2} m v^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

$$f = \frac{E_e}{h}$$

Wat heb je geleerd?

- Je weet hoe je de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg kunt toepassen.
- Je bent bekent met het deterministische wereldbeeld en de Kopenhaagse interpretatie.

Hoofdstuk 15
Quantumwereld

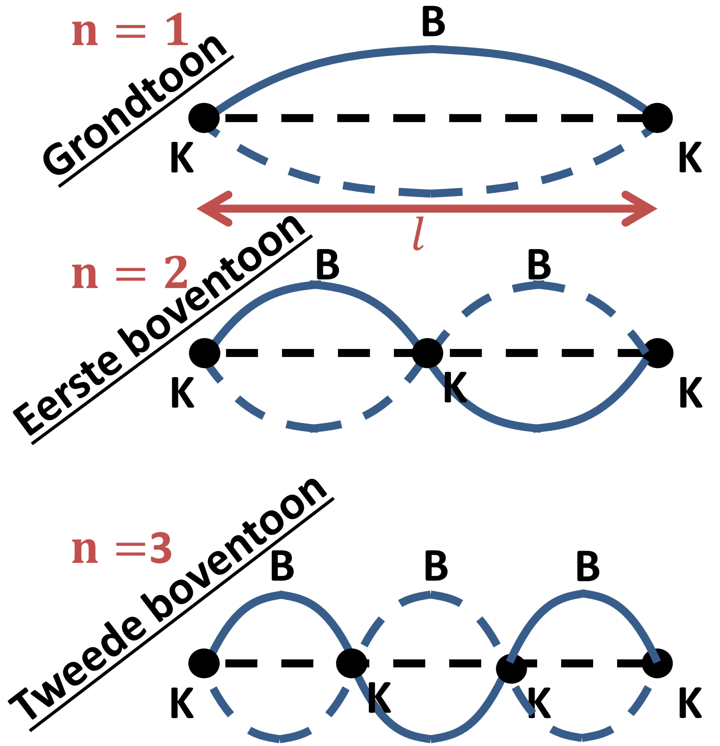
Gemaakt als toevoeging op methode “Overal natuurkunde”

βètales
www.betales.nl

15.4 Gevangen deeltjes

Terugblik H9: golven

Gitaar: 2 **vaste** uiteinden



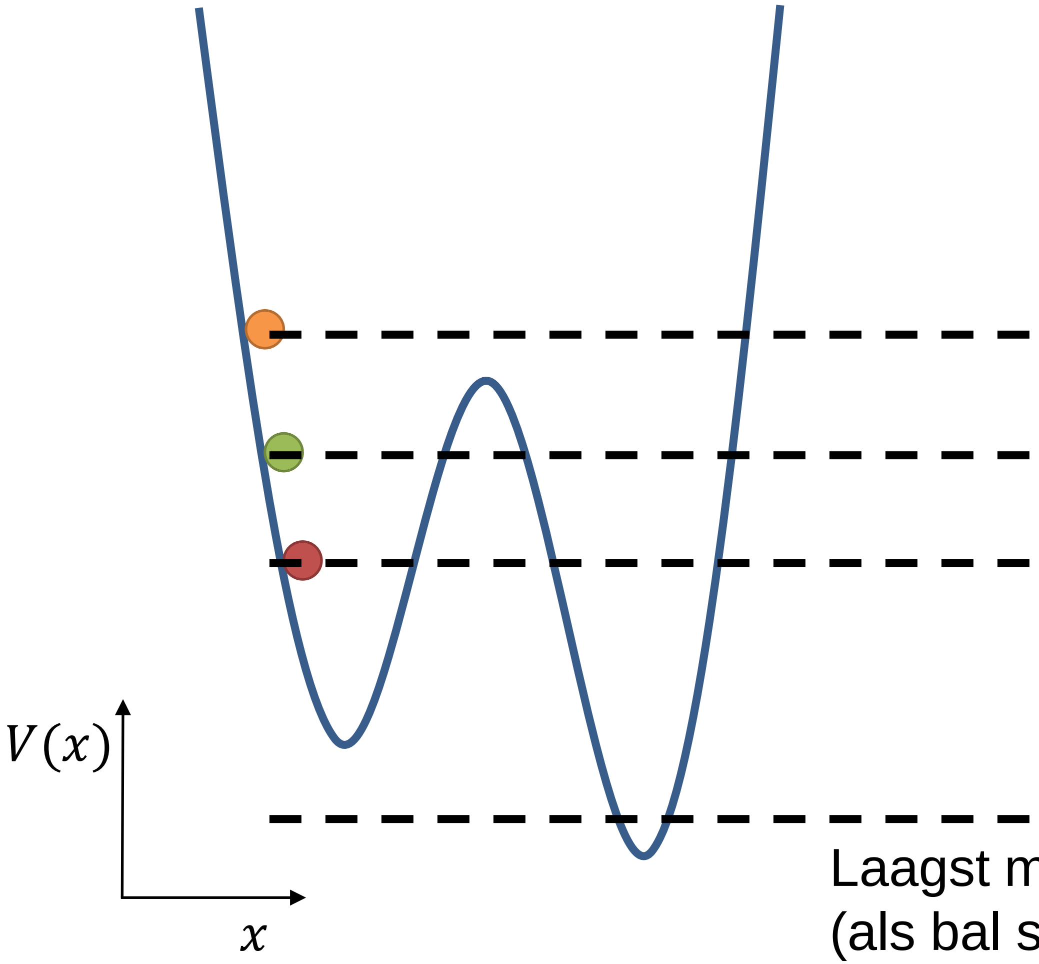
$$l = \frac{1}{2}\lambda \;\rightarrow \lambda = \frac{2}{1} l = 2l$$

$$l = \frac{2}{2}\lambda \;\rightarrow \lambda = \frac{2}{2} l = l$$

$$l = \frac{3}{2}\lambda \;\rightarrow \lambda = \frac{2}{3} l$$

Terugblik: klassieke mechanica

Een berg met 3 ballen zonder wrijving.



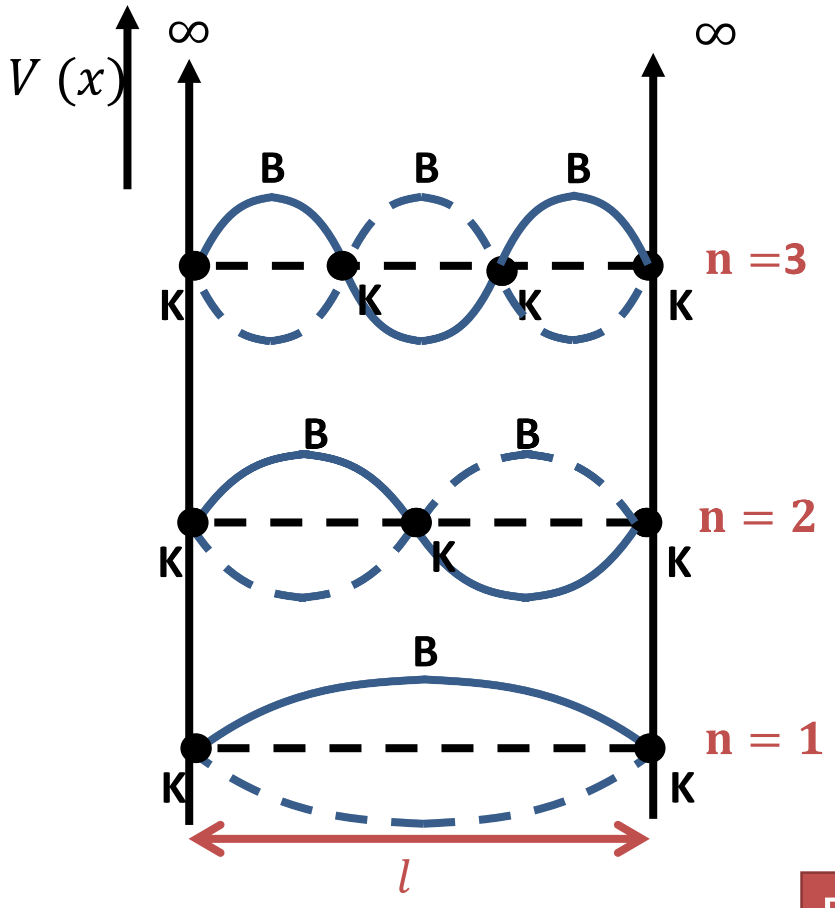
Energie niveau van de bal: $E_{tot} = E_z + E_k$

Zwaarte energie is potentiële energie: de arbeid die een voorwerp kan verrichten door zijn positie in een (kracht)veld.

$E_{pot} = V(x)$ (wetenschappelijke notatie)

Laagst mogelijke energie niveau
(als bal stil staat)

Oneindig diepe eendimensionale quantum put



Tweede aangeslagen toestand

Eerste aangeslagen toestand

Grondtoestand

$$\lambda = \frac{2L}{n}$$

$$E_t = E_{kin} + E_{pot} = E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}m^2v^2 = \frac{1}{2m}p^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{\left(\frac{2L}{n}\right)}\right)^2 = \frac{1}{2m}\left(\frac{hn}{2L}\right)^2 = \frac{n^2h^2}{8mL^2}$$

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen (m, v)

$$E_e = \frac{1}{2}mv^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

$$f = \frac{E_e}{h}$$

Energie is gequantiseerd!

Deeltjes hebben altijd energie: nulpuntsenergie ($n = 1$)

Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

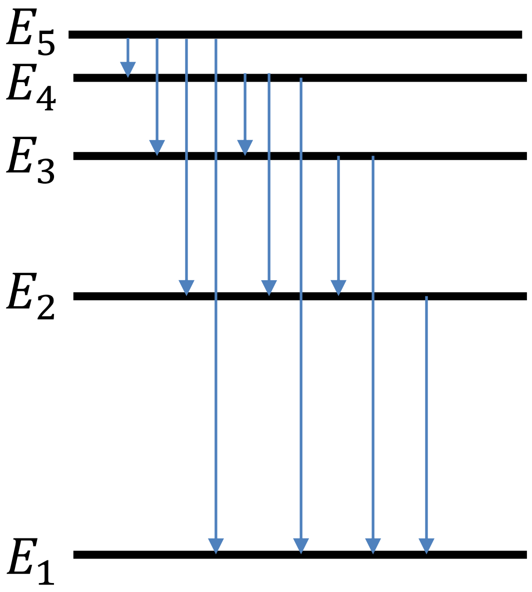
Veronderstel dat een elektron van een atoom 5 mogelijke energieën kan hebben. Hoeveel verschillende frequenties zie je dan in het emissiespectrum?

A. 4

B. 5

C. 10

D. 12



<u>Schrödingervergelijking (extra stof)</u>

Tijdsafhankelijke Schrödinger vergelijking:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi$$

Tijdsonafhankelijke Schrödinger vergelijking (3D):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = E\psi$$

$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ $\quad \psi(x,t) = Ae^{i\left(kx-\frac{\hbar k^2}{2m}t\right)}$ met $k = \pm\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ voor ongebonden toestanden.

Tijdsonafhankelijke Schrödinger vergelijking (1D):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

De nieuwe $F = ma$, vaarwel klassieke fysica!

Tijdsonafhankelijke schrödingervergelijking in 1D (extra stof)

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{1}{\psi}\cdot\frac{d^2\psi}{dx^2} + V = E$$

$$E_{kin} \quad + \quad E_{pot} = E_{tot}$$

ψ is in het algemeen complex en representeert de materiegolf.
Dit is **geen** meetbare fysische grootheid.

$\rho(x) = |\psi(x)|^2$ ➔ Kansdichtheid.

$P(x) = \rho(x)dx = |\psi(x)|^2 dx$ ➔ Kans.

10 seconden vraag

Voor de kans P om een deeltje aan te treffen op positie x bij quantummechanica geldt: $P(x) = \rho(x)dx = |\psi(x)|^2 dx.$ Wat is de eenheid van ψ?

A. Eenheid loos

B. $\frac{1}{m^2}$

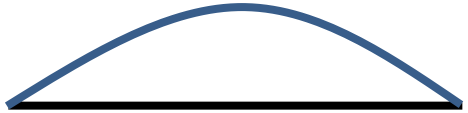
C. $\frac{1}{m}$

D. $\frac{1}{\sqrt{m}}$

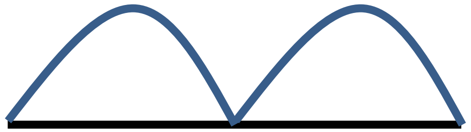
10 seconden vraag

Een elektron is opgesloten in een 1D doos en bevindt zich in de eerste aangeslagen toestand. Welke grafiek geeft de beste kansverdeling waar we het elektron kunnen vinden?

A.

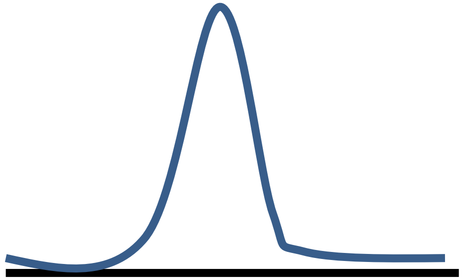


B.



C.

D.



www.betales.nl

Rekenvoorbeeld (Wiskunde B)

Een deeltje met massa m zit opgesloten in een oneindig diepe eendimensionale put met lengte L. De golffunctie van het deeltje kunnen we nu beschrijven met de tijdsonafhankelijke Schrödingervergelijking:

$$\frac{\hbar}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

a) Herschrijf de formule naar $\frac{d^2\psi}{dx^2}$.

b) Laat zien dat $\psi(x) = \sin(k \cdot x)$ een oplossing is van de Schrödingervergelijking.

Buiten de put is de potentiaal oneindig groot, dus daar kan het deeltje zich nooit bevinden.

c) Bereken nu k.

d) Laat zien dat uit b en c volgt dat $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$

Rekenvoorbeeld (Wiskunde B)

Een deeltje met massa m zit opgesloten in een oneindig diepe eendimensionale put met lengte L. De golffunctie van het deeltje kunnen we nu beschrijven met de tijdsonafhankelijke Schrödingervergelijking:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{d^2\psi}{dx^2}+V\psi=E\psi$$

a) Herschrijf de formule naar $\frac{d^2\psi}{dx^2}$.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{d^2\psi}{dx^2}=E\psi-V\psi$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{2m}{\hbar^2}(E\psi-V\psi)$$

In de put: $V=0$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{2m}{\hbar^2}(E\psi)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=-\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

Rekenvoorbeeld (Wiskunde B)

Een deeltje met massa m zit opgesloten in een oneindig diepe eendimensionale put met lengte L. De golffunctie van het deeltje kunnen we nu beschrijven met de tijdsonafhankelijke Schrödingervergelijking:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

a) Herschrijf de formule naar $\frac{d^2\psi}{dx^2}$.

b) Laat zien dat $\psi(x) = \sin(k \cdot x)$ een oplossing is van de Schrödingervergelijking.

$$\psi(x) = \sin(k \cdot x)$$

$$\psi'(x) = k \cdot cos(k \cdot x)$$

$$\psi''(x) = -k^2 \cdot sin(k \cdot x)$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$-k^2 \cdot sin(k \cdot x) = -\frac{2mE}{\hbar^2} sin(k \cdot x)$$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \vee \; sin(k \cdot x) = 0$$

➔Golf zou niet bestaan

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$\psi(x) = \sin(k \cdot x)$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

Bètales
www.betales.nl

Rekenvoorbeeld (Wiskunde B)

Een deeltje met massa m zit opgesloten in een oneindig diepe eendimensionale put met lengte L. De golffunctie van het deeltje kunnen we nu beschrijven met de tijdsonafhankelijke Schrödingervergelijking:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

Buiten de put is de potentiaal oneindig groot, dus daar kan het deeltje zich nooit bevinden.

c) Bereken nu k.

De kans een deeltje aan te treffen is gelijk aan: $P(x) = |\psi(x)|^2 dx$

$P(x = 0) = 0$ en $P(x = L) = 0$

$$\sin(k \cdot 0) = 0 \vee \sin(k \cdot L) = 0$$

$$k \cdot L = n\pi$$

$$k = \frac{n\pi}{L}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$\psi(x) = \sin(k \cdot x)$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad k = \frac{n\pi}{L}$$

Rekenvoorbeeld (Wiskunde B)

Een deeltje met massa m zit opgesloten in een oneindig diepe eendimensionale put met lengte L. De golffunctie van het deeltje kunnen we nu beschrijven met de tijdsonafhankelijke Schrödingervergelijking:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi$$

Buiten de put is de potentiaal oneindig groot, dus daar kan het deeltje zich nooit bevinden.

d) Laat zien dat uit b en c volgt dat $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$

$$\left.\begin{array}{l} k = \dfrac{n\pi}{L} \\[2ex] k = \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}} \end{array}\right\}$$

$$\frac{n\pi}{L} = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$$

$$\frac{n\pi}{L} = \sqrt{\frac{2mE}{\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2}}$$

$$\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{8mE\pi^2}{h^2}$$

$$\frac{n^2\pi^2}{L^2} = \frac{8m\pi^2}{h^2}E$$

$$\frac{8m}{h^2}E = \frac{n^2}{L^2}$$

$$E_n = \frac{n^2 h}{8mL^2}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$\psi(x) = \sin(k \cdot x)$$

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \qquad k = \frac{n\pi}{L}$$

Bètales
www.betales.nl

Wat heb je geleerd?

- Je weet dat je de golfvergelijking van een deeltje met de Schrödingervergelijking kunt bepalen.
- Je kunt met een gegeven golfvergelijking aangeven waar de kans het grootst is een deeltje aan te treffen.
- Je kunt uitleggen wat nulpuntsenergie is.
- Je kunt de energieën van opgesloten deeltjes uitrekenen in een oneindig diepe eendimensionale quantum put.

Hoofdstuk 15
Quantumwereld

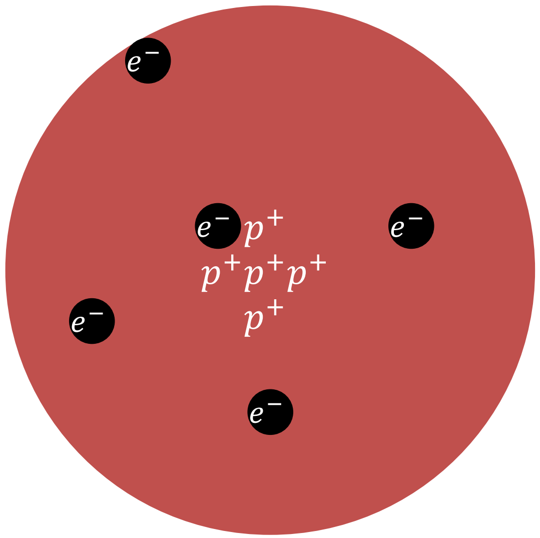
Gemaakt als toevoeging op methode “Overal natuurkunde”

βètales
www.betales.nl

15.5 Atoommodellen

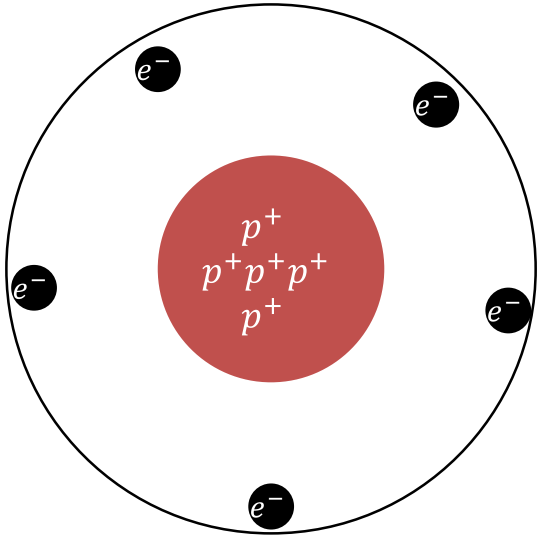
Terugblik H11

Krentenbol



<1911

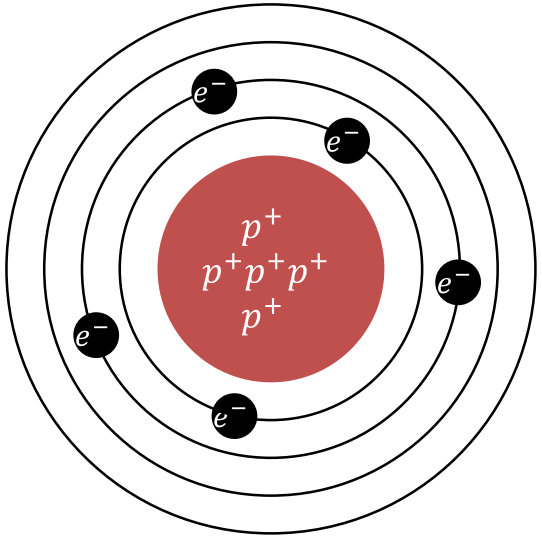
Rutherford



1911

- Verklaart waarom deeltjes door goudfolie kunnen.

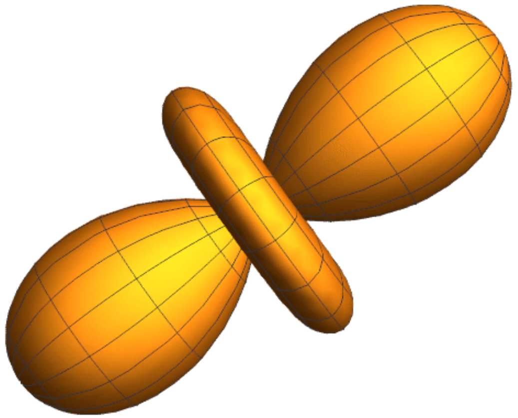
Bohr



1913

- Verklaart gequantiseerde energie niveaus.
- Bindingsenergie voor elektronen.

Quantummechanica

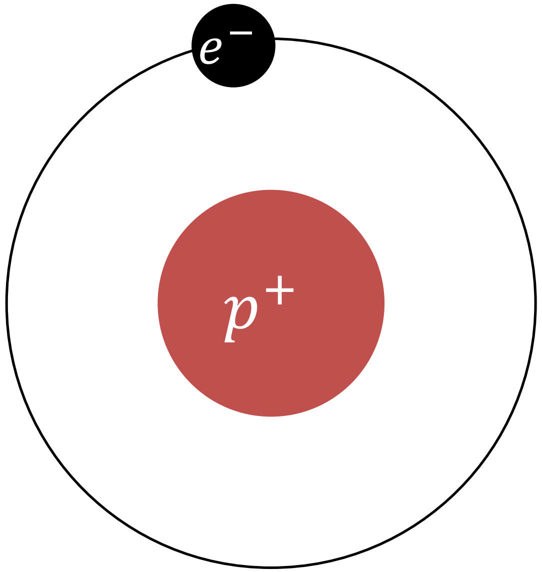


1927

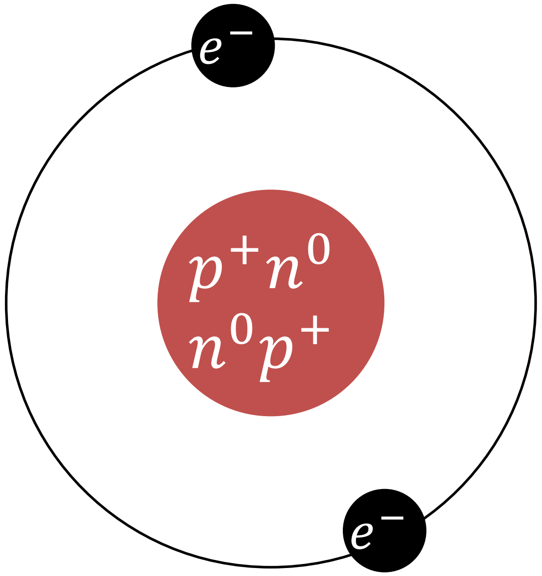
- Verklaart onzekere plaats van elektronen.
- Gelijke energieën voor banen in waterstof als Bohr.
- Klopt voor alle experimenten, zeer complex met 3 quantum getallen.

Quantummechanisch atoommodel

Waterstof



Helium



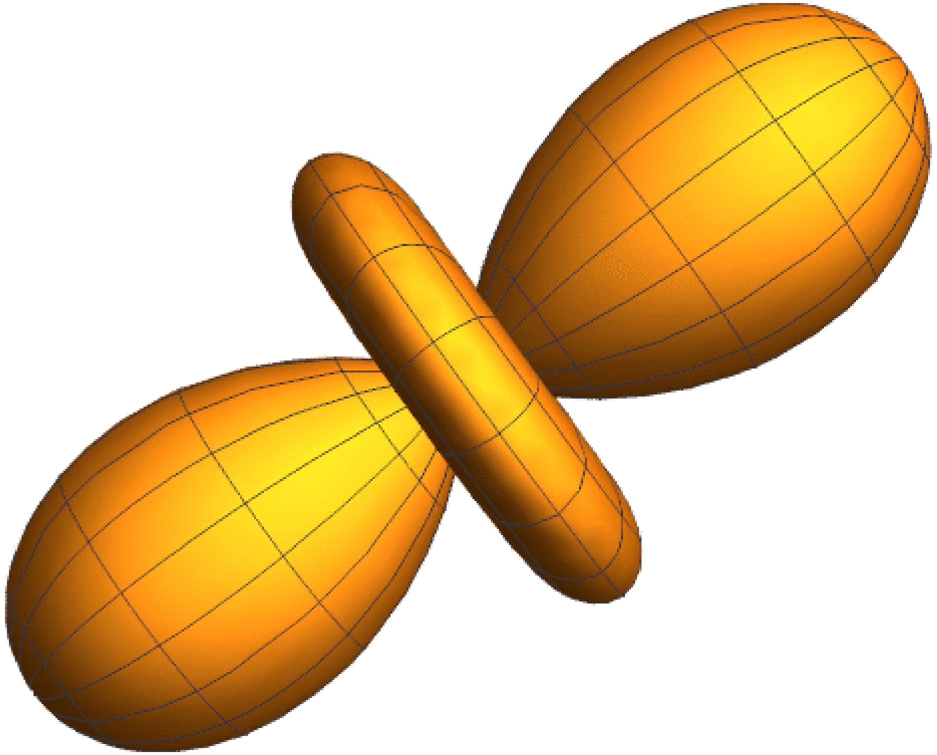
Ioniseren waterstof:

- 13,6 eV (BINAS T21C)

Ioniseren helium:

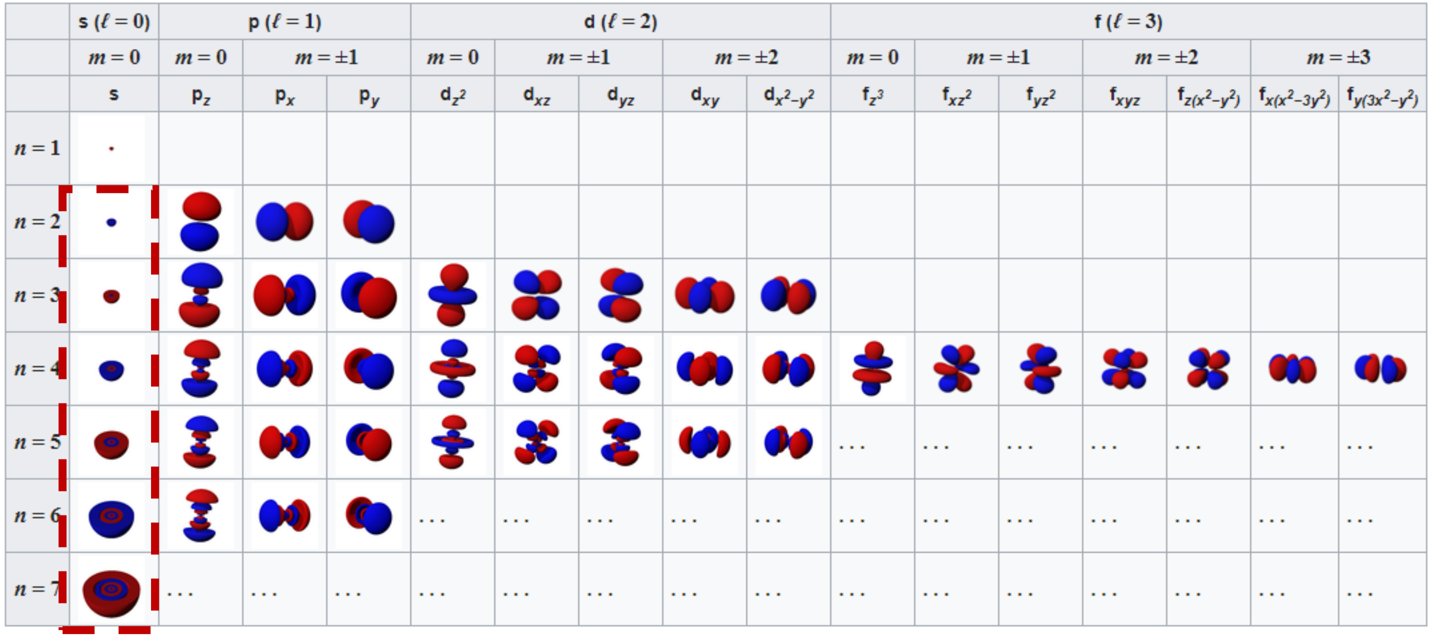
- Eerste elektron: 24,59 eV
- Tweede elektron: 54,40 eV

Quantummechanisch atoommodel: waterstof



Quantumgetallen:

$$n = 3, l = 2, m = 0$$



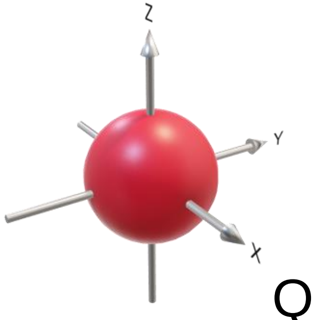
	s ($\ell = 0$)	p ($\ell = 1$)			d ($\ell = 2$)					f ($\ell = 3$)						
	$m = 0$	$m = 0$	$m = \pm 1$		$m = 0$	$m = \pm 1$		$m = \pm 2$		$m = 0$	$m = \pm 1$		$m = \pm 2$		$m = \pm 3$	
	s	p_z	p_x	p_y	d_{z^2}	d_{xz}	d_{yz}	d_{xy}	$d_{x^2-y^2}$	f_{z^3}	f_{xz^2}	f_{yz^2}	f_{xyz}	$f_{z(x^2-y^2)}$	$f_{x(x^2-3y^2)}$	$f_{y(3x^2-y^2)}$
$n = 1$																
$n = 2$																
$n = 3$																
$n = 4$																
$n = 5$										...	...	...	...	...	...	...
$n = 6$					...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$n = 7$		...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Bron: *https://en.wikipedia.org/wiki/Atomic_orbital*

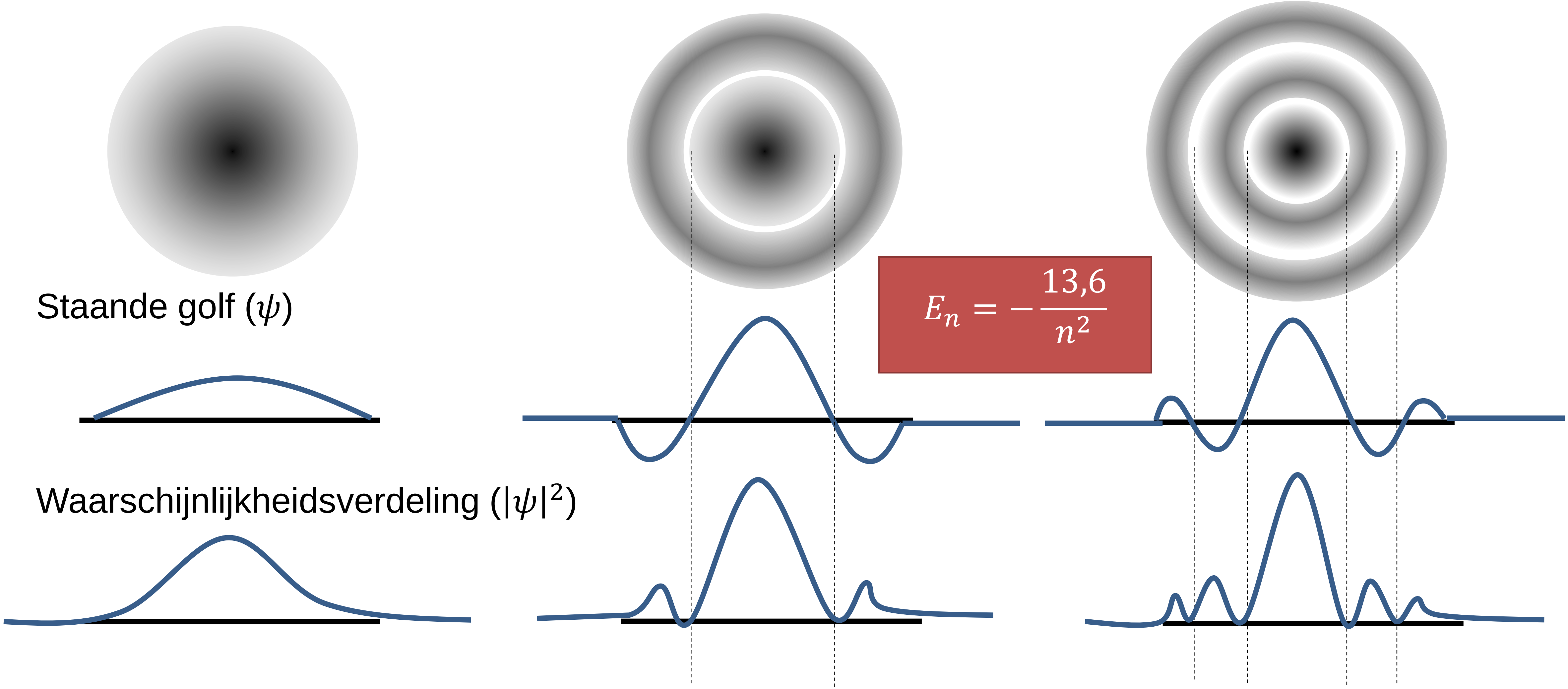
Er zijn heel veel combinaties van quantum getallen voor waterstof. Deze hoef je niet te kennen en volgen door de Schrödinger vergelijking op te lossen. Wij focussen alleen op $l = 0, m = 0$.

Bètales
www.betales.nl

Quantummechanisch atoommodel: waterstof



Quantumgetal $n = 1$ Quantumgetal $n = 2$ Quantumgetal $n = 3$

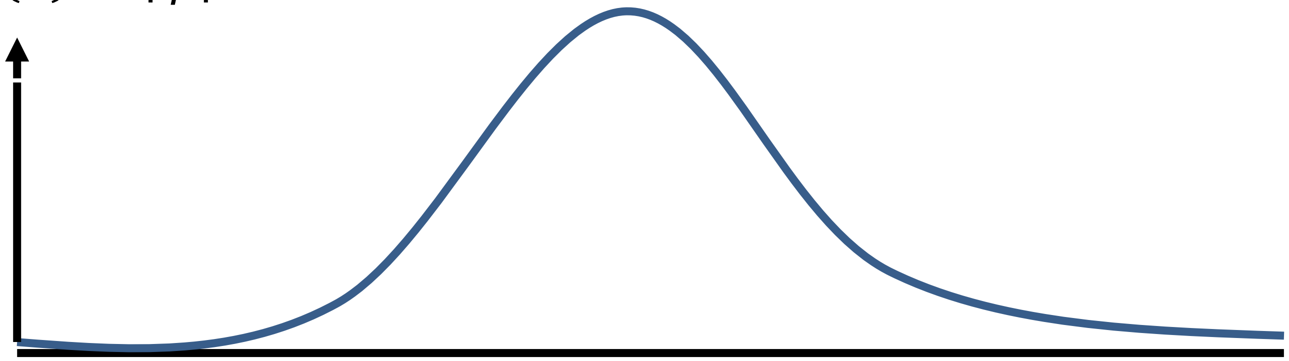


$$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$$

Waarschijnlijkheidsverdeling

Hoe werkt zo’n kansverdeling of waarschijnlijkheidsverdeling?

$\rho(x) = |\psi|^2$



x

$$P(x < a) = \int \rho(x)dx$$

- Oppervlakte onder de grafiek is altijd 1.
- In principe oneindig breed, behalve als ψ niet continu is.

10 seconden vraag

Een waterstof atoom heeft een gebonden elektron aan het einde van het universum. Is dit mogelijk?

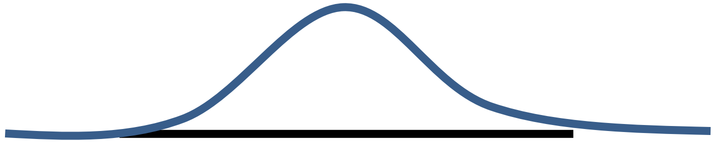
A. Ja, grote kans

B. Ja, kleine kans

C. Ja, zéér kleine kans

D. Nee

Waarschijnlijkheidsverdeling ($|\psi|^2$)



Wat heb je geleerd?

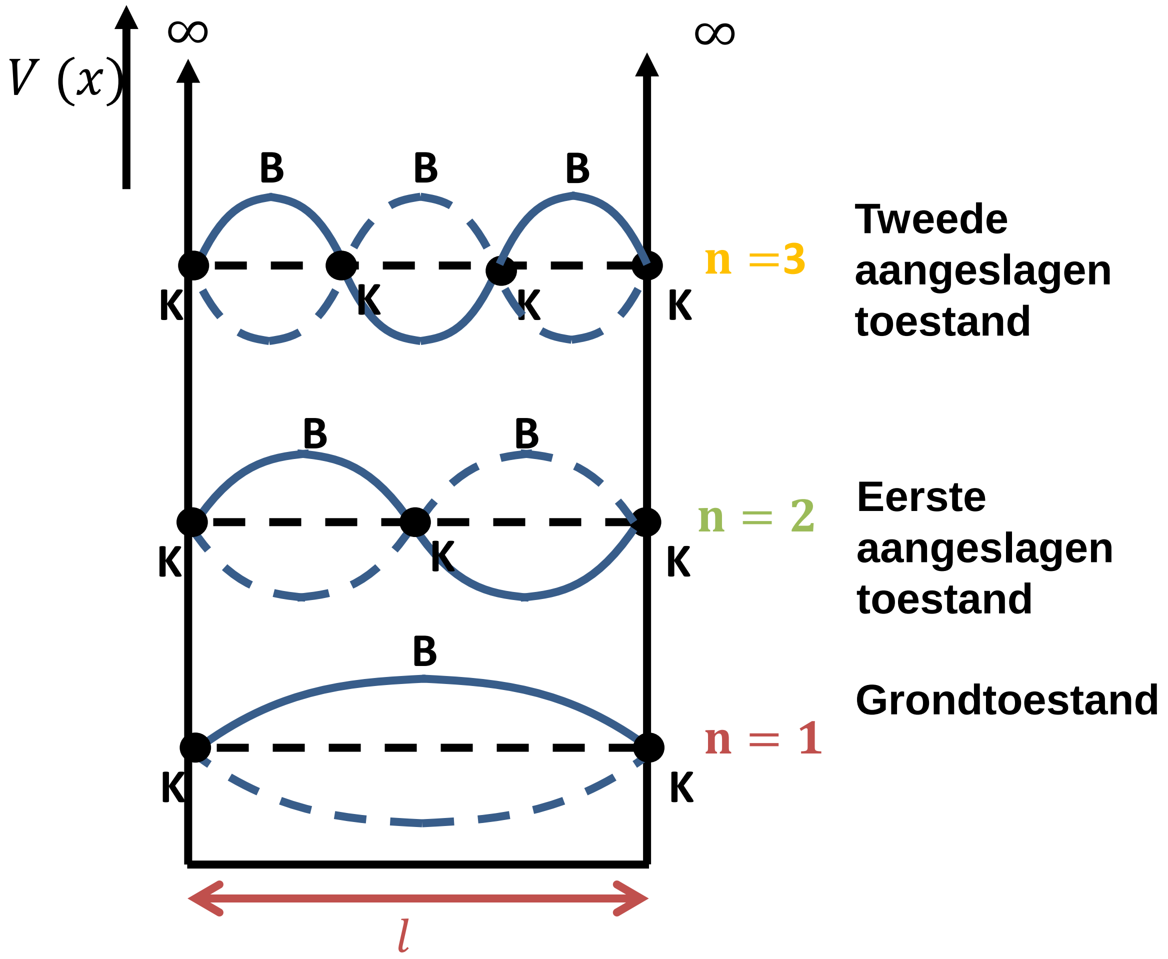
- Je kunt nu het quantummechanische atoommodel van waterstof beschrijven.
- Je kan aangeven hoe het Bohrmodel afwijkt van het quantummechanische atoommodel.
- Je kan de energie niveaus van waterstof uitrekenen als je weet in welke aangeslagen toestand een elektron zich bevindt.
- Je weet dat quantummechanica erg complex is en we alleen de relatief simpele voorbeelden behandelen.

Hoofdstuk 15
Quantumwereld

Gemaakt als toevoeging op methode “Overal natuurkunde”

15.6 Tunnelende deeltjes

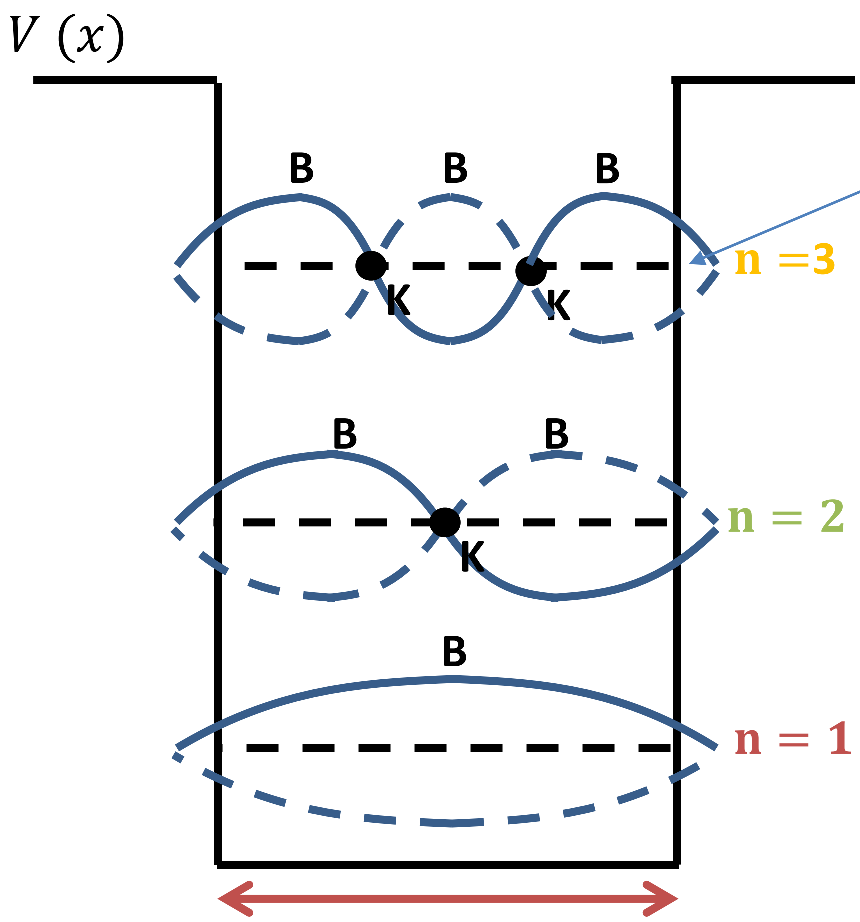
Terugblik: oneindig diepe eendimensionale quantum put



Eindig diepe eendimensionale quantum put

Als de barrière niet oneindig hoog is, kan een deeltje zich quantummechanisch in de barrière bevinden.

Klassiek verboden gebied!

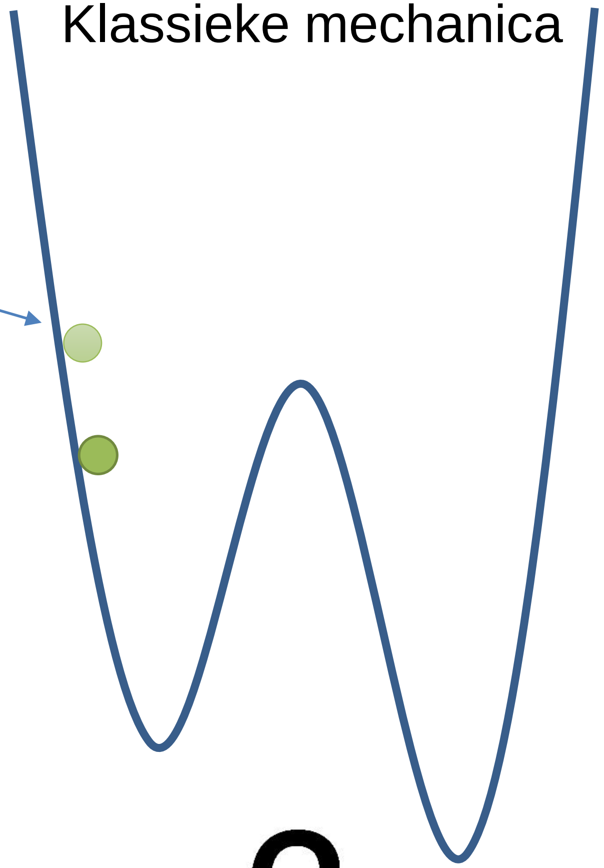


Tweede aangeslagen toestand

Eerste aangeslagen toestand

Grondtoestand

Klassieke mechanica



Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

Tijdens een tafeltenniswedstrijd smash ik een balletje hard tegen de tafel. Hierdoor tunnelt het balletje door de tafel heen. Is dit mogelijk?

A. Ja, grote kans

B. Ja, kleine kans

C. Ja, zéér kleine kans

D. Nee

Zelfs zó klein, dat een super computer dit nog zou weergeven op 0. Dus zegt het boek vaker “Nee”.

Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

Wat kun je zeggen over de nulpuntsenergie van een elektron in respectievelijk de oneindig diepe put en de eindig diepe put, waarbij beide putten dezelfde lengte hebben?

A. De nulpuntsenergie is gelijk.

B. De nulpuntsenergie van de oneindig diepe put is hoger.

C. De nulpuntsenergie van de eindig diepe put is hoger.

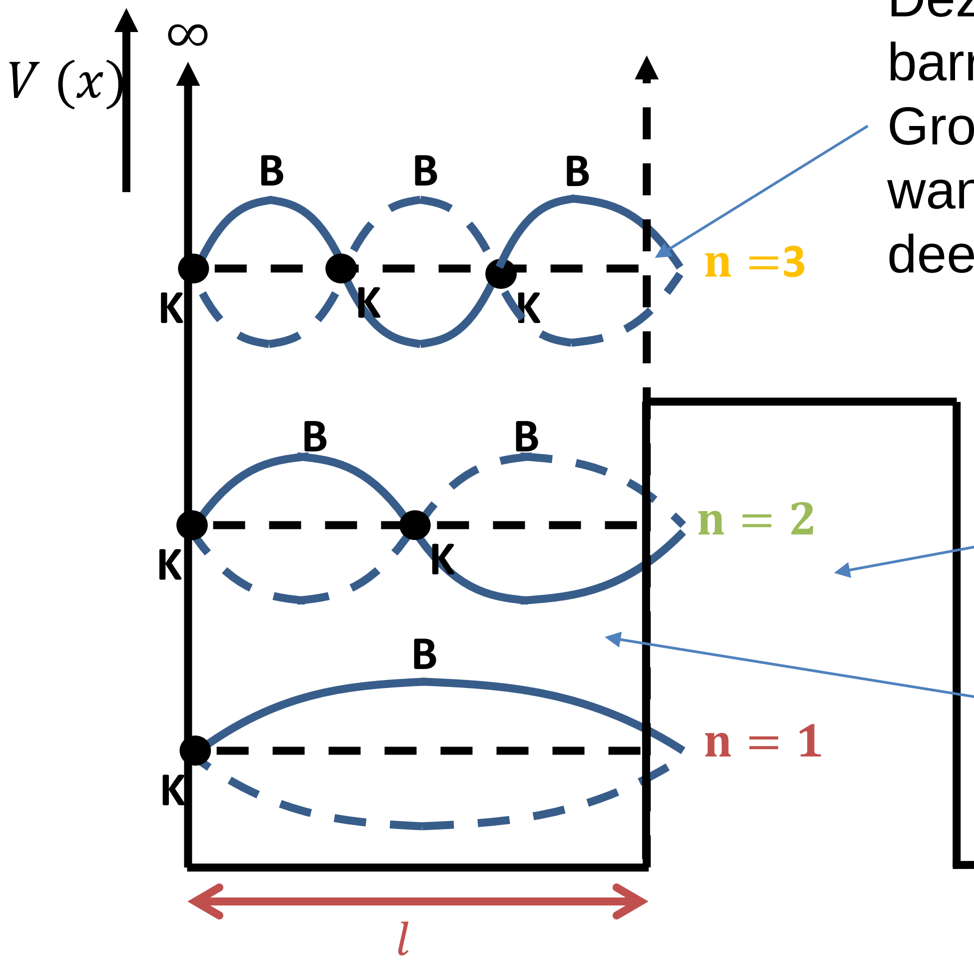
In de eindig diepe put is de golflengte groter van de golf, dus lagere impuls, dus lagere energie.

$$\left.\begin{aligned} E_e &= \frac{1}{2}mv^2 \\ p_e &= mv \quad \rightarrow v = \frac{p_e}{m} \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} E_e &= \frac{mp_e^2}{2m^2} = \frac{p_e^2}{2m} \\ \lambda &= \frac{h}{p_e} \rightarrow p_e = \frac{h}{\lambda} \end{aligned}$$

Bètales
www.betales.nl

Eindig diepe eendimensionale quantum put

Doos met links oneindig hoge potentiaal en rechts eindig hoge potentiaal.

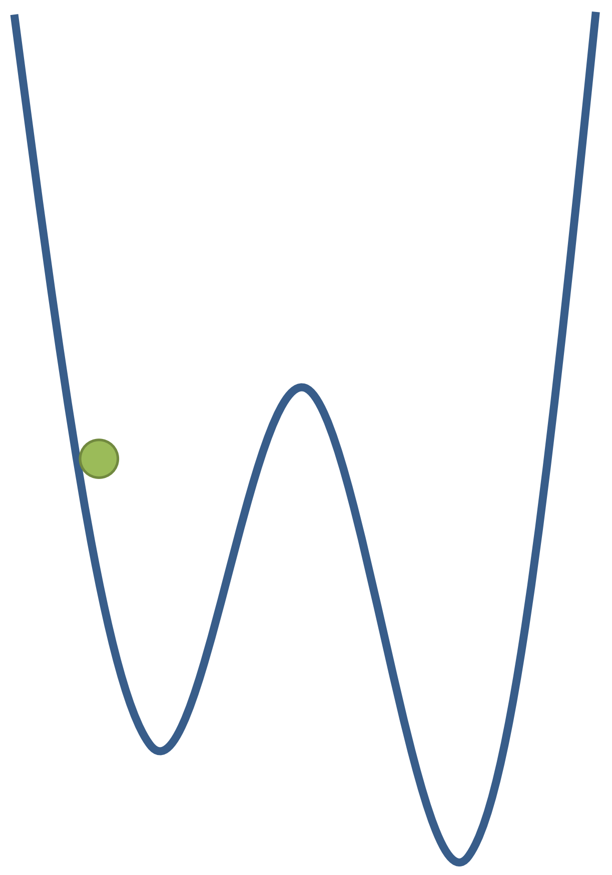


Deze golf wordt klassiek niet tegengehouden door de barrière. QM is er kans dat die wel wordt tegengehouden. Grootste deel zal hier echter altijd naar rechts bewegen, want potentiaal is oneindig aan de linkerkant. (Daar kunnen deeltjes zich dus nooit bevinden)

Barrière (gebied met hogere potentiaal dan de rest)

Klassiek zitten deze deeltjes opgesloten in de doos.
QM kunnen ze er echter uit.
Tunneling

Quantum tunneling op macroscopische schaal



Deeltje “tunnelt” door een te hoge barrière. Het kan tijdelijk meer energie hebben dan het eigenlijk heeft.

10 seconden vraag

Hoe kan een deeltje tunnelen door een barrière met meer energie dan het deeltje had?

A. Dat kan niet.

B. Quantum magic.

C. Een deeltje krijgt energie van andere deeltjes.

D. Een deeltje kan tijdelijk meer energie hebben door de onzekerheidsrelatie van Heisenberg.

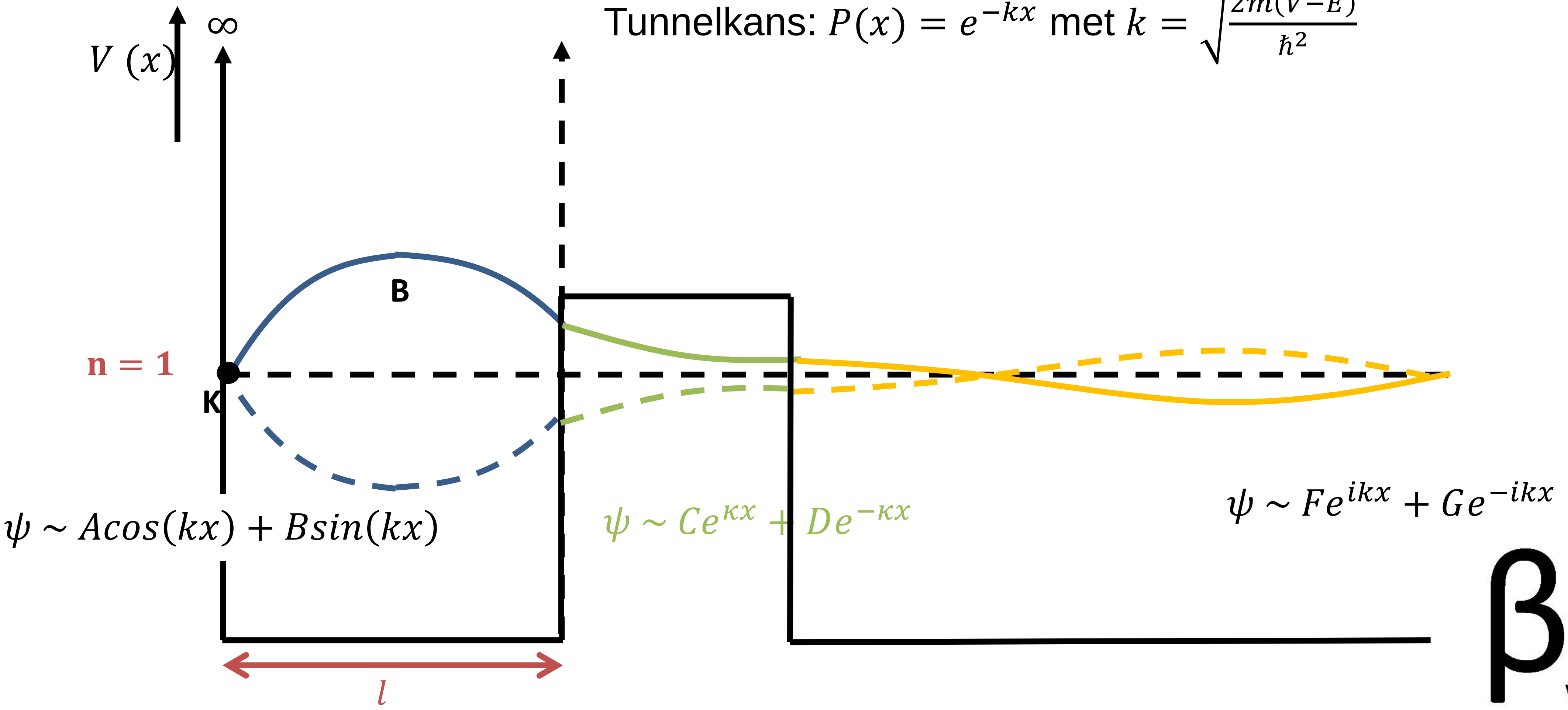
$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Bètales
www.betales.nl

Eindig diepe eendimensionale quantum put

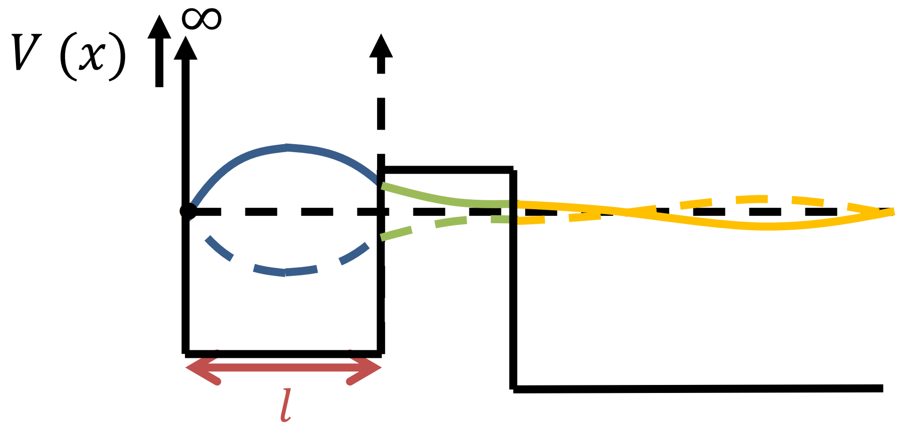
Doos met links oneindig hoge potentiaal en rechts eindig hoge potentiaal.

Tunnelkans: $P(x) = e^{-kx}$ met $k = \sqrt{\frac{2m(V-E)}{\hbar^2}}$



10 seconden vraag

Een deeltje dat tunnelt door een barrière:



A. Heeft minder energie dan voor het tunnelen.

B. Heeft dezelfde energie als voor het tunnelen.

C. Heeft meer energie dan voor het tunnelen.

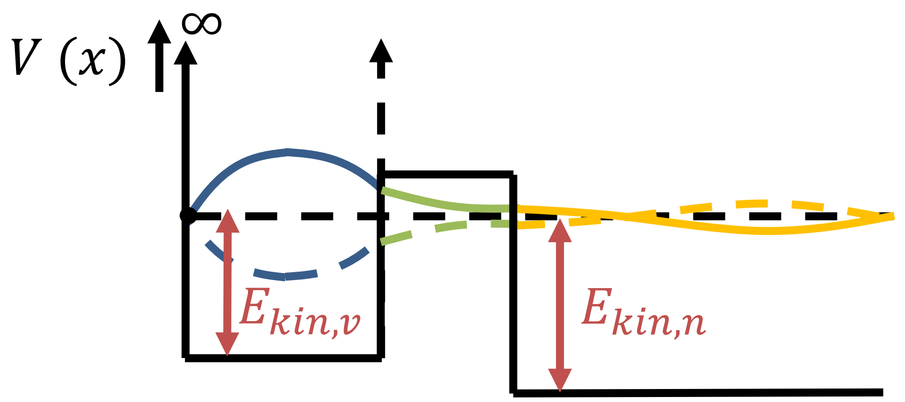
D. Dit kun je niet weten.

Energie gaat niet verloren. Maar energie is altijd wel onbepaald, maar dat was voor het tunnelen ook. ($\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$)

Bètales
www.betales.nl

10 seconden vraag

Een deeltje dat tunnelt door een barrière hiernaast:



A. Heeft minder kinetische energie dan voor het tunnelen.

B. Heeft dezelfde kinetische energie als voor het tunnelen.

C. Heeft meer kinetische energie dan voor het tunnelen.

D. Dit kun je niet weten.

$E_{tot} = V + E_{kin}$, en V is kleiner geworden.

10

Rekenvoorbeeld

De tunnelkans is gegeven door $P(x) = e^{-kx}$ met $k = \sqrt{\frac{2m(V-E)}{\hbar^2}}$. Deeltje A heeft een twee keer zo dikke barrière als deeltje B. De massa van deeltje B is 3x zo groot als deeltje A. Alle andere omstandigheden zijn gelijk. Welk deeltje heeft de grootste tunnelkans?

A. Deeltje A.

B. Deeltje B.

C. Beide deeltjes hebben dezelfde kans.

$$k_A = \sqrt{\frac{2m_A(V-E)}{\hbar^2}}$$

$$P_A = e^{-k_A x_A} \qquad x_A = 2x_B$$

$$P_B = e^{-k_B x_B} \qquad m_B = 3m_A$$

$$k_B = \sqrt{\frac{2 \cdot 3m_A(V-E)}{\hbar^2}} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{2m_A(V-E)}{\hbar^2}} = \sqrt{3} \cdot k_A$$

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{e^{-k_A x_B \cdot 2}}{e^{-k_B x_B}} = \frac{e^{-k_A x_B \cdot 2}}{e^{-k_B x_B}} = \frac{e^{-2k_A x_B}}{e^{-\sqrt{3}k_A x_B}} < 1 \quad \rightarrow P_A < P_B$$

Tunnelkans stijgt als:

- De massa klein is.
- De barrière dun is.
- De barrière lagere (potentiële) energie heeft.
- Als de kinetische energie van het deeltje stijgt.

Golflengte van deeltje

$$\left.\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \lambda = \frac{h}{p} &= \frac{h}{mv} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} \end{aligned}\right\} \quad E = \frac{mh^2}{2m^2\lambda^2}$$

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen (m, v)

$$E_e = \frac{1}{2}mv^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

$$f = \frac{E_e}{h}$$

10 seconden vraag

$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$, de tunnelkans neemt toe als de massa kleiner wordt, de barrière dunner, de kinetische energie groter of de potentiële energie lager. Wat kun je zeggen over de de Broglie golflengte?

A. Hoe kleiner de de Broglie golflengte, hoe groter de kans op tunneling.

B. Hoe groter de de Broglie golflengte, hoe groter de kans op tunneling.

C. Helemaal niets.

D. Dit kun je niet weten.

Tunnelkans stijgt als:

- De massa klein is.
- De barrière dun is.
- De barrière lagere (potentiële) energie heeft.
- Als de kinetische energie van het deeltje stijgt.
- Als de de Broglie golflengte gelijk aan of groter is dan de breedte van de barrière.

Golflengte van deeltje

$$E = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \rightarrow v = \frac{h}{m\lambda}$$

$$E = \frac{mh^2}{2m^2\lambda^2}$$

$$E = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Grote kinetische energie geldt op macroscopisch niveau, dan is er geen tunneling!

Fotonen (λ, f)

$$E_f = hf = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$p_f = \frac{h}{\lambda}$$

Elektronen (m, v)

$$E_e = \frac{1}{2} m v^2$$

$$p_e = mv = \frac{h}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{h}{p_e} = \frac{h}{mv}$$

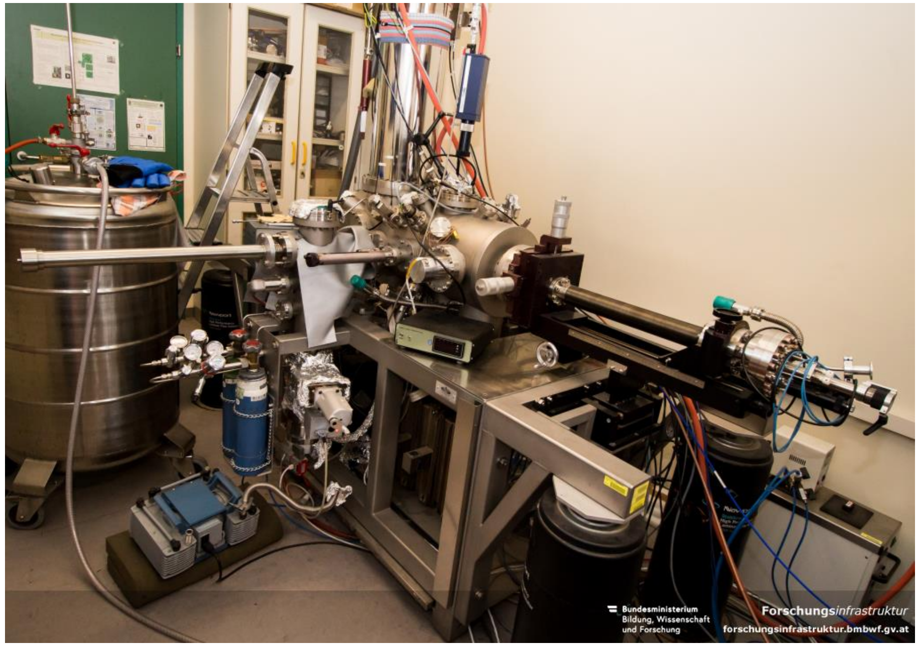
$$f = \frac{E_e}{h}$$

Scanning tunneling microscoop (STM)

Microscoop

Elektronen microscoop

Scanning tunneling microscoop (STM)



$\lambda_{licht} > 500nm$

Anders foto-elektrisch effect (15.1)

$L_{max} \approx 500nm$

$L_{max} > 0{,}5nm$

$L_{max} > 0{,}1nm$

Wat heb je geleerd?

- Je weet nu wat het quantumtunneleffect is.
- Je kunt aangeven hoe de kans op tunneling afhangt van de massa van het deeltje alsmede de hoogte en dikte van de barrière en de de Broglie golflengte.
- Je kan uitleggen waarom de WBE bij quantummechanica tijdelijk mag worden gebroken.

Niels Bohr

“Anyone who is not shocked about quantum theory has not understood a single word of it.”

Bètales
www.betales.nl